Auxiliar 3 - Resolución de Primer Orden

Cátedra: Inteligencia Artificial
Profesor: Pablo Barceló
Auxiliar: Miguel Romero

30 de Abril del 2010

Para chequear que un conjunto de oraciones Σ en la lógica de primer orden es insatifacible, seguimos este procedimiento en general:

1. Pasar todas las oraciones a su forma normal prenex.
2. Aplicar skolemización a todas las oraciones, para eliminar cuantificadores existenciales.
3. Incorporar los axiomas de la igualdad.
4. Quitar los cuantificadores universales (se asumen que estan implicitos), y pasar las fórmulas a CNF, separando todas las clausulas.
5. En general, por comodidad, se renombran las variables para que en cada clausula sean distintas.

Cada paso se puede hacer, y ademas se preserva siempre la satisfacibilidad de Σ. En particular, esto prueba que para todo conjunto de oraciones Σ, existe un conjunto de clausulas Γ tal que

$$\Sigma \text{ es satisfacible } \iff \Gamma \text{ es satisfacible}$$

donde cada clausula se entiende cuantificada universalmente.
Finalmente por el teorema de Herbrand sabemos que un conjunto de clausulas Γ es insatisfacible ssi se puede llegar desde Γ a la clausula vacia $\Box$ usando resolucion de primer orden.

1. Demuestre usando resolución que $\{\exists x \forall y R(x, y)\} \models \forall y \exists x R(x, y)$. Que sucede si se quiere demostrar $\{\forall y \exists x R(x, y)\} \models \exists x \forall y R(x, y)$.
2. Sea $\mathcal{L} = \{e, \circ\}$, con e una constante y $\circ$ función binaria. Sea Σ los axiomas de la teoria de grupos, es decir
   - (a) $\forall x \forall y \forall z \; x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$
   - (b) $\forall x \exists y \; x \circ y = e$
   - (c) $\forall x \; x \circ e = x$

   Pruebe usando resolución que

   - (a) $\Sigma \models \forall x \; e \circ x = x$

(b) $\Sigma \models \forall x \exists y \; y \circ x = e$

Ahora considerando el axioma (b) y (c) como $\forall x \exists y \; y \circ x = e$ y $\forall x \; e \circ x = x$, respectivamente, demuestre que $\Sigma \models \forall x \forall y \forall z \; x \circ y = x \circ z \to y = z$.