Auxiliar 1 - Lógica Proposicional

Cátedra: Inteligencia Artificial
Profesor: Pablo Barceló
Auxiliar: Miguel Romero

09 de Abril del 2010

1. Decimos que una fórmula ϕ está en CNF si es de la forma

$$\bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{j=1}^{n_i} l_{ij}$$

donde los l_{ij} son literales, es decir, una variable proposicional o la negación de alguna variable. Decimos que ϕ está en 3-CNF si $n_i = 3 \quad \forall i \in \{1..m\}$. Sea $P = \{p, q, r, s\}$ variables proposicionales. Pruebe que existe una fórmula tal que no es equivalente a ninguna fórmula en 3-CNF.

2. Formalice el siguiente argumento en el cálculo proposicional:
"Si Superman fuera capaz y deseara prevenir el mal, entonces lo haria. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, entonces sería impotente, y si no deseara prevenir el mal, entonces sería malévolo. Si Superman existe, no es ni impotente ni malévolo. Superman no previene el mal".
Demuestre que "Superman no existe" es consecuencia lógica de esta formalización.

3. Dada una fórmula φ en CNF, construya una fórmula ψ_φ en 3-CNF tal que φ es satisfacible si y solo si ψ_φ es satisfacible (la construccion se debe basar solo en la estructura de φ).

4. Sea $\sigma : P \to \{0, 1\}$ una valuación cualquiera. Se define el siguiente conjunto asociado a σ

$$S_\sigma \doteq \{\phi : \phi \in L(P), \sigma(\phi) = 1\}$$

Demuestre que para todo conjunto S de fórmulas en $L(P)$, se tiene que si $S_\sigma \subseteq S$ y S es satisfacible, entonces $S_\sigma = S$.

5. Sea P un conjunto arbitrario de variables proposicionales. Un conjunto de fórmulas Σ se dice finitamente satisfacible si todo subconjunto finito de Σ es satisfacible. Se sigue de la definición que si Σ es finito, el hecho de ser finitamente satisfacible es equivalente a ser satisfacible, pero si Σ es infinito, no es directo que sea asi (aunque se puede demostrar que si lo es).
Sea Σ un conjunto de fórmulas en $L(P)$, tal que Σ es finitamente satisfacible. Demuestre que para cualquier fórmula $\alpha \in L(P)$, se tiene que $\Sigma \cup \{\alpha\}$ es finitamente

satisfacible o $\Sigma \cup \{\neg\alpha\}$ es finitamente satisfacible.

6. Asuma que se cumple que Σ es finitamente satisfacible si y solo si es satisfacible, para cualquier Σ. Demuestre que para cualquier formula α, $\Sigma \models \alpha$ si y solo si existe un subconjunto finito $\Sigma^{'} \subseteq \Sigma$ tal que $\Sigma^{'} \models \alpha$.