

CC 3501 Computación Gráfica y Modelamiento

Control 1

Prof. M.C. Rivara 2010/1

1. a) Considere la ecuación de Poisson $\nabla^2 u = g(x,y)$ sobre el cuadrado unitario con condición $u = f(x,y)$ sobre el borde del cuadrado.
Llamando f_{ij} , g_{ij} a los valores discretos de las funciones f , g en el punto (x_i, y_j) , derive la ecuación de diferencias para aproximar Poisson.
- b) Considere una malla de 5×5 . Para el problema de a), escriba tres ecuaciones del sistema de ecuaciones asociado a esta discretización, incluyendo el punto central. Sea muy claro en el manejo de las condiciones de borde.
- c) Realice (explicando claramente) dos iteraciones de Gauss-Seidel para resolver el sistema.
$$4x - y + z = 7$$
$$4x - 8y + z = -21$$
$$-2x + y + 5z = 15$$

2. a) Considere la ecuación del calor unidimensional parabólica:

$$u_t(x,t) = c^2 u_{xx}(x,t) \text{ para } 0 \leq x \leq 1, t > 0$$

con condiciones

$$u(x,0) = 4x - 4x^2 \quad t = 0, 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0,t) = 0 \quad \text{para } x = 0 \quad t \geq 0$$

$$u(1,t) = 0 \quad \text{para } x = 1 \quad t \geq 0$$

Considere la ecuación de diferencias

$$u_{ij+1} = (1 - 2r) u_{ij} + r(u_{i-1,j} + u_{i+1,j})$$

con $r = c^2 k / h^2$, obtenida con aproximaciones del orden $O(k)$ y $O(h^2)$ para el tiempo y el espacio respectivamente.

Defina método estable. Para $c = 1$, calcule si para los siguientes valores se obtiene un método estable o inestable.

i) $h = 0.2$ $k = 0.01$

ii) $h = 0.2$ $k = 1/30$

- b) Suponga que desea visualizar la función temperatura $T(x,y)$ sobre una placa cuadrada del lado 10. Defina isolínea y discuta su uso para obtener una visualización 2D de la temperatura. Ilustre gráficamente. Discuta el uso del color para visualizar en 2D y superficie 3D.
- c) En modelos de polígonos en CG se usan normales a los polígonos y normales a los vértices. Defina estos conceptos y explique su uso en pintado con caras planas y pintado suave de objetos.

- 3.
- a) Considere el segmento de línea AB donde las coordenadas de A y B son respectivamente $(0, 0, 0)$ y $(1, 1, 0)$. Encuentre una transformación matricial que le permita hacer coincidir AB con el eje z.
 - b) Discuta la transformación de traslación en 3D en $\mathbb{R}^3$ y en coordenadas homogéneas. Escriba la formulación matricial de ésta. Explique por qué se utilizan coordenadas homogéneas en Computación Gráfica.
 - c) Defina los conceptos de pantalla raster, pixel, resolución del dispositivo y frame buffer. Relaciónelos entre sí y explique su uso en manejo de color RGB.