

Auxiliar 8 - Más Recurrencias y Grafos

Cátedra: Matemáticas Discretas

Profesor: Pablo Barceló

Auxiliares: Miguel Romero, Francisco Unda

15 de Junio del 2010

1. Un modelo permite estimar la caza de huemules en una temporada mediante el promedio de caza de las dos anteriores.
 - (a) Encuentre una relación de recurrencia que defina $\{H_n\}$, el número de huemules cazados en una temporada, para todo $n > 3$.
 - (b) Resuelva esta ecuación de recurrencia con condiciones iniciales $H_1 = 1$ y $H_2 = 3$.
2. Sea $a_n = \sum_{k=1}^n k^2$. Defina una relación de recurrencia que represente a esta secuencia. Encuentre la forma general de las soluciones de esta relación de recurrencia. Resuelva las constantes con respecto a las condiciones iniciales $a_1 = 1$, a_2
3. Demuestre o refute la siguiente conjetura: En todo grafo simple existen al menos dos nodos con el mismo grado.
4. Sea G un grafo, se define un conjunto dominante como $D \subset V(G)$ tal que para todo nodo $u \in V(G) \setminus D$ existe un nodo $v \in D$ tal que $vu \in E(G)$. Se define además un *vertex-cover* como $S \subset V(G)$ tal que para todo arco $ab \in E(G)$, se tiene que $a \in S$ ó $b \in S$. Muestre que dado un grafo G , se puede construir un grafo G' tal que G tiene un *vertex-cover* S de tamaño a lo más k si y sólo si G' posee un conjunto dominante D de tamaño a lo más $k + a$, donde a es el número de vértices aislados de G .
5. Muestre que un árbol T que no tiene vértices de grado 2, tiene mas hojas que nodos internos.
6. Demuestre que todo grafo G simple con n vértices y estrictamente más de $\binom{n-1}{2}$ arcos tiene que ser conexo.

Hint: Demuestre que si G tiene al menos dos componentes conexas, y una de sus componentes conexas tiene $k < n$ vértices, entonces G tiene a lo más $\binom{n-1}{2}$ arcos.