Auxiliar 6 - Recurrencias y Grafos

Cátedra: Matemáticas Discretas
Profesor: Pablo Barceló
Auxiliares: Miguel Romero, Francisco Unda

13 de Mayo del 2010

1. Considere los siguientes algoritmos para calcular el n -ésimo número de fibonacci:

(a) Algoritmo recurrente:

```
int fibRec(int n){
    if((n==0) || n==1) return n;
    else return fibRec(n-2) + fibRec(n-1);
}
```

Encuentre una formula de recurrencia para el tiempo de ejecución, muestre que tiene como solución $T(n) = cFib(n + 1) - c$. Además muestre que este tiempo es exponencial.

(b) Algoritmo iterativo:

```
int fibIter(int n){
    int curr = 0;
    if((n==0) || (n==1)) curr = n;
    int ppred = 0; // pre-predecesor
    int pred = 1; //predecesor
    for(j = 2; j<n+1; j++){
        curr = pred + ppred;
        ppred = pred;
        pred = curr;
    }
    return curr;
}
```

Encuentre el tiempo de ejecución.

(c) Algoritmo matricial:

```
int [][] iterSq(int [][]A, int n){
    int [][] pot = 0;
    if(n == 1) return A;
    else if (n par){
        pot = iterSq(A,n/2);
        return pot*pot;
    }
    else{
        pot = iterSq(A,(n-1)/2);
        return pot*pot*A;
    }
}
```

}

Encuentre una fórmula de recurrencia para el tiempo de ejecución, y resuélvala.

2. Resuelva las siguientes ecuaciones de recurrencia:

(a) $T(1) = 1$ y $T(n) = 3T(n-1) + 2$ para $n \geq 2$.

(b) $T(1) = 8$ y $T(n) = 3T(n-1) - 15$ para $n \geq 2$.

(c) $T(1) = 5$ y $T(n) = 2T(n-1) + 3n + 1$ para $n \geq 2$.

(d) $T(1) = 1$ y $T(n) = 2T(n/2) + 6n - 1$ para $n = 2^k, k > 0$.

3. Muestre que la ecuación de recurrencia $w_{t+1} = \frac{aw_t+b}{cw_t+d}$ se puede escribir como una ecuación lineal de grado 1 con coeficientes constantes mediante el cambio de variable:

$$x_t = \frac{1}{A+w_t}.$$

4. Resuelva la ecuación $w_{t+1} = \frac{4w_t}{w_t+3}$

5. ¿Cuál es el número de aristas en K_n ?

6. Sea G un grafo, y sea $\delta(G)$ su grado mínimo. Entonces G contiene un camino de largo $\geq \delta(G)$, y si $\delta(G) > 1$, un ciclo de largo $\geq \delta(G) + 1$.

7. Sea G un grafo que contiene un ciclo. Definimos $g(G) = \min\{|C| : C \text{ ciclo en } G\}$, y $\text{diam}(G) = \max\{d_G(x, y) : x, y \in V(G)\}$, donde $d_G(x, y)$ es igual al largo del camino mas corto entre x e y . Pruebe que $g(G) \leq 2 \text{diam}(G) + 1$.