



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Control 1, MA2601 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Semestre Verano 2009

Prof. Julio López, Aux. Sebastián Reyes Riffo

P1.- (i) (3 pts.) Muestre que la ecuación diferencial

$$y' = \frac{y}{x} + x^m y^n f\left(\frac{y}{x}\right)$$

se transforma en una ecuación de variables separables usando el cambio de variable $y = vx$.
Use la parte anterior para encontrar la solución de

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\sec^2(y/x)}{y^2}.$$

(ii) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales

(a) (1.5 pts.) $y^2 dx + (x\sqrt{y^2 - x^2} - xy)dy = 0$.

(b) (1.5 pts.) $y' = -\frac{x-4y-9}{4x+y-2}$.

P2.- (a) Considere la ecuación diferencial

$$(7x^4y - 3y^8)dx + (2x^5 - 9xy^7)dy = 0.$$

(i) (1 pt.) Determine m y n de modo que $\mu(x, y) = x^m y^n$ sea factor integrante.

(ii) (2 pts.) Encuentre su solución general, usando el factor integrante de la parte i).

(b) Considere la siguiente ecuación de Riccati:

$$y' = \frac{y^2}{(m+n)^2} - \frac{4mn}{(m+n)^2}y - (m-n)^2.$$

(i) (1 pto.) Encuentre una solución particular constante.

(ii) (2 pts.) Encuentre la solución general.

P3.- (a) (2 pts.) Muestre que la solución del problema $y'' + 2y' = 0$, $y(0) = a$, $y'(0) = b$ tiende a una constante cuando $x \rightarrow +\infty$. Encuentre dicha constante.

(b) (4 pts.) Un tanque de forma de un cilindro dispuesto en forma horizontal está inicialmente lleno de agua. La altura del cilindro es H_0 y el radio r . El tanque tiene un orificio en el fondo cuyo diámetro es ρ . Se abre el orificio y el líquido cae libremente.

(i) (1 pto.) Encuentre la ecuación diferencial que describe el modelo.

(ii) (2 pts.) Solucione la ecuación diferencial.

(iii) Sabiendo que $h(t_0) = h(0) = 2r$, encontrar el valor de la constante de integración.

Tiempo: 3 horas

Enero 07, 2010