

CONTROL 3: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

PROFESOR: RAÚL URIBE
AUXILIAR: EMILIO VILCHES
22 DE ENERO DE 2009

P1. Una partícula se mueve sobre el manto del cilindro de ecuación $x^2 + y^2 = 1$ de forma tal que $z(\theta) = \theta$ donde (r, θ, z) son las coordenadas cilíndricas.

- Encuentre una parametrización de la curva Γ descrita por la partícula (use a θ como parámetro).
- Calcule la longitud de arco para $\theta \in [0, 2\pi]$.
- Calcule la parametrización natural o en longitud de arco para Γ .
- Calcule el vector tangente, el normal y el binormal asociado a Γ , así como su curvatura y su torsión.

P2. a) Estudiar la convergencia de la integral impropia $\int_3^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2-9}}$.

b) Estudiar la convergencia de la integral impropia $\int_1^\infty \frac{\ln(t)}{t^\alpha} dt$, distinguiendo los casos $\alpha = 1$ y $\alpha \neq 1$. En caso de que la integral converja, calcule su valor.

c) Determinar cual(es) de las siguientes integrales converge(n). Justificar claramente, indicando el o los criterios que utilizará:

1) $\int_0^1 \frac{dx}{x^{3/2}}$.

3) $\int_0^1 \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$.

5) $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln(x)+x^2}$.

2) $\int_0^\infty \frac{dx}{x^3+1+\sqrt{x}}$.

4) $\int_1^\infty \frac{dx}{1+\ln(x)}$.

P3. a) Estudie la convergencia de las siguientes series, justifique:

1) $\sum_{n=1}^\infty \frac{5^n}{3^n n^2}$.

3) $\sum_{n \geq 1} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$.

2) $\sum_{n=1}^\infty \frac{2^n n!}{n^n}$.

4) $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{\sqrt{n^3+2n+1}}$.

b) Decidir para que valores de a , $\sum_{n \geq 1} \frac{a^n n^n}{n!}$ converge.