MA1002, Tarea 6
Cálculo Diferencial e Integral
Profesor : Raúl Uribe
Auxiliar: Benjamín Obando,Ayudante:Carlos Duarte

P1. Estudiar la convergencia de las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^2}{1+x^2+x^4}$.

b) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{(x-1)^2}$.

c) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^5}{x^{12}+1}$.

d) $\displaystyle\int_0^\infty e^{-x}\ln(1+e^x)$.

e) $\displaystyle\int_0^\infty x^2e^{-x}$.

f) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}(x)}{x^2}$.

g) $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x}\csc(x)$.

h) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\ln(1-x)}{x^{\frac{3}{2}}}$.

i) $\displaystyle\int_0^\pi \frac{x}{\operatorname{sen}(x)}$.

j) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}}$.

k) $\displaystyle\int_0^\infty x^x$.

l) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{x\ln^p(x)}$.

P2. Calcular, si existe, el área comprendida entre la curva $y=\frac{1}{a^2+x^2}$ y el eje OX.

P3. Determinar para cuales valores de $n\in\mathbb{N}$ la integral $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{\sqrt{x^3(1-x)}}$ es convergente y establezca una forma recursiva para la sucesión $\{I_n\}_{n\in\mathbb{N}}$.

P4. Mostrar que la integral

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(\operatorname{sen}(x))$$

verifica la relación: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(\cos(x))=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(\frac{1}{2}\operatorname{sen}(2x))$. Deducir el valor de I.

P5. a) Aplicando la definición de integral impropia calcule:

$$\int_{-\infty}^{\ln(2)}\frac{1}{e^x+4e^{-x}}$$

b) Analice la convergencia de la integral:

$$\int_0^{\frac{3\pi}{2}}\frac{x}{\operatorname{sen}(x)}$$

c) Analice la convergencia de las áreas de las superficies engendradas al rotar la función $|\ln(x)|\colon]0,1]\to\mathbb{R}$ en torno al eje OX y en torno al eje OY.

P6. Mostrar que si $\int_a^\infty xf(x)dx$, $a>0$, existe, entonces $\int_a^\infty f(x)dx$ existe.

P7. a) Estudie la convergencia de las siguientes series, justifique:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n n^2}$.

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$.

3) $\sum_{n\geq 1} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$.

4) $\sum_{n\geq 0} \frac{1}{\sqrt{n^3+2n+1}}$.

b) Decidir para que valores de a, $\sum_{n\geq 1} \frac{a^n n^n}{n!}$ converge.