

Tarea 2, Mecánica de Medios Continuos ME701, 2009

R. Bustamante

Fecha de entrega: 25 Septiembre 2009 (en clases o en la oficina)

1. Sean ds y dS son las longitudes de los vectores $d\mathbf{x}$ y $d\mathbf{X}$, respectivamente. A partir de la diferencia $dS^2 - ds^2$ determine o defina una segunda alternativa para un tensor de ‘deformación’. Use $d\mathbf{X} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{x}} d\mathbf{x}$ y defina $\underline{\underline{A}} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{x}}$. Es facil comprobar que $\underline{\underline{F}}\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}}\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{I}}$.

El tensor de deformación encontrado de $dS^2 - ds^2$ es conocido como el tensor de deformación de Euler, y se denota $\underline{\underline{e}}$. (10 puntos)

2. Sea un tubo cilíndrico de forma inicial $R_i \leq R \leq R_o$, $0 \leq \Theta \leq 2\pi$ y $0 \leq Z \leq L$. Considere la deformación:

$$r = R, \quad \theta = \Theta + \tau[Z + w(R)], \quad z = Z + w(R) \quad (*)$$

con τ constante y $w(R)$ función suficientemente suave en R .

- (a) Para el caso $w = 0$ y $\tau > 0$, realice un gráfico o figura de como se deforma el tubo. (5 puntos)
 - (b) Para el caso $w \neq 0$ y $\tau = 0$ grafique la deformación. (5 puntos)
 - (c) Para (*) calcule el gradiente de deformación. (10 puntos)
3. Considere un bloque de forma inicial $-A \leq X_1 \leq A$, $-B \leq X_2 \leq B$ y $-C \leq X_3 \leq C$. Este bloque se deforma como

$$r = f(X_1), \quad \theta = g(X_2), \quad z = \lambda X_3$$

con f, g funciones y λ constante.

- (a) ¿Cual es la forma final del bloque en la configuración actual? (5 puntos)
 - (b) Calcule $\underline{\underline{F}}$. (10 puntos)
 - (c) Si el cubo está hecho de un material incompresible, es decir $J = 1$ para cualquier deformación. Use esa condición para encontrar las funciones f, g . (10 puntos)
4. (a) Usando la expresión vista en clases $\dot{\underline{\underline{f}}} = \frac{\partial f}{\partial t}(\mathbf{x}, t) + (\text{grad } f)\dot{\mathbf{x}}$, demuestre que la aceleración expresada en la configuración actual tiene la forma $\underline{\underline{a}} = \frac{\partial \underline{\underline{v}}}{\partial t} + (\text{grad } \underline{\underline{v}})\underline{\underline{v}}$, donde $\underline{\underline{v}}$ es la velocidad. (5 puntos)
 - (b) Sea $x_1 = X_1(1 + t^2)$, $x_2 = X_1t + X_2$ y $x_3 = X_3$, grafique para un tiempo $t = 1, 2, 3$ la forma que adquiere un cubo de lados iniciales L . Determine la velocidad y la aceleración de deformación $\underline{\underline{v}}$ y $\underline{\underline{a}}$, respectivamente. Expreselas como función de x_1, x_2 y x_3 (las coordenadas en la configuración actual). Calcule $\underline{\underline{G}}, \underline{\underline{D}}$ y $\underline{\underline{W}}$. (10 puntos)