

Tarea 1, Mecánica de Medios Continuos ME701, 2008

R. Bustamante

Fecha de entrega: 28 Agosto 2009 (en clases o en la oficina)

1. Simplifique $\delta_{ij}\varepsilon_{ijk}$ (5 puntos)
2. Escriba en notación indicial $\underline{D} = \underline{A}\underline{B}^T\underline{C}$ y $\text{tr}(\underline{A}\underline{B}\underline{C})$ (5 puntos)
3. Sustituya $u_i = B_{ij}v_j$ y $C_{ij} = p_iq_j$ en $w_m = C_{mn}u_n$ (5 puntos)
4. Demuestre que $(\underline{u} \otimes \underline{v})(\underline{w} \otimes \underline{x}) = (\underline{v} \cdot \underline{w})(\underline{u} \otimes \underline{x})$ (5 puntos)
5. En coordenadas Cartesianas verifique si se cumple o no:
 - (a) $\text{div}(\Phi\underline{u}) = \Phi\text{div}\underline{u} + \underline{u} \cdot \text{grad}\Phi$
 - (b) $\text{div}(\underline{A}\underline{B}) = \text{grad}\underline{A} : \underline{B} + \underline{A}\text{div}\underline{B}$
 - (c) $\text{grad}(\Phi\underline{u}) = \underline{u} \otimes \text{grad}\Phi + \Phi\text{grad}\underline{u}$

Para los ejercicios anteriores use la definición alternativa para la divergencia de un tensor de segundo orden $\text{div}\underline{C} = \frac{\partial C_{ij}}{\partial x_j}\underline{e}_i$.

En el ejercicio (b) el símbolo $:$ es conocido como la ‘contracción’ doble. Por ejemplo para dos tensores de segundo orden $\underline{F}$ y $\underline{T}$, o para un tensor the tercer orden $\underline{G}$ se define

$$\underline{F} : \underline{T} = F_{ij}T_{ij} \quad \text{y} \quad (\underline{G} : \underline{T})_i = G_{ijk}T_{jk} \quad (*)$$

Use la definición (*) en los ejercicios anteriores.

Una definición alternativa podría ser $\underline{F} : \underline{T} = F_{ij}T_{ji}$. Demuestre en ese caso que es equivalente a $\text{tr}(\underline{F}\underline{T})$.

(20 puntos)

6. Sea la transformación de coordenadas parabólicas

$$x_1 = uv \cos \phi, \quad x_2 = uv \sin \phi, \quad x_3 = \frac{1}{2}(u^2 - v^2),$$

donde $0 \leq u < \infty$, $0 \leq v < \infty$ and $0 \leq \phi \leq 2\pi$

- (a) Calcule los símbolos de Christoffel Γ_{jk}^i
- (b) Para un campo vectorial de la forma $\underline{v} = v_i g^i$ calcule $\nabla \otimes \underline{v}$ para el sistema de coordenadas anterior.

(30 puntos)