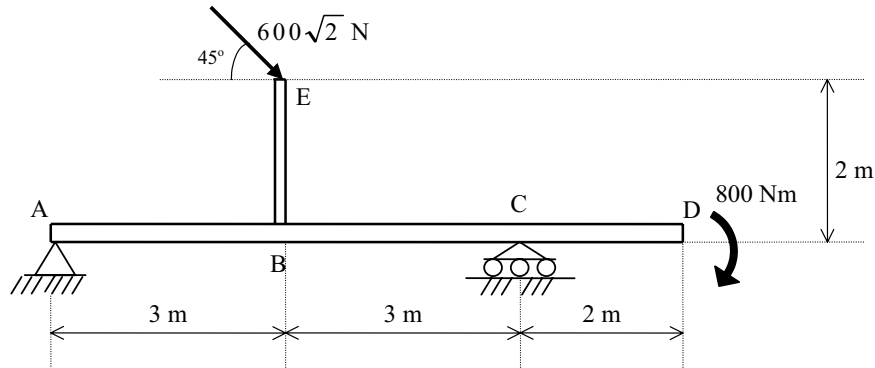


Problema 1.1

Determinar los diagramas de esfuerzos en la estructura de la figura.

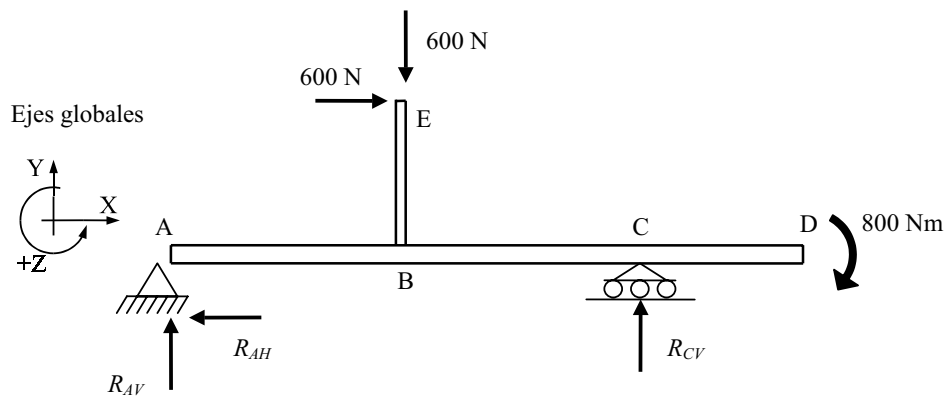


$$F_H = 600\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 600 \text{ N}$$

$$F_V = 600\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 600 \text{ N}$$

Resolución:

- Descomposición de la fuerza exterior aplicada en el extremo de la barra BE.
- Cálculo de las reacciones.



Tomamos momentos respecto al punto C:

$$\sum M_c = 0 \Rightarrow R_{AV} \cdot 6 - 600 \cdot 3 + 600 \cdot 2 + 800 = 0 \Rightarrow R_{AV} = -\frac{100}{3} \text{ N} = -33,3 \text{ N}$$

Suma de fuerzas verticales y horizontales:

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow R_{AV} - 600 + R_{CV} = 0 \Rightarrow \frac{100}{3} + 600 = R_{CV} = \frac{1900}{3} \text{ N}$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow R_{AH} = 600 \text{ N}$$

c) Cálculo de momentos en los tramos AB y BC.

Tramo AB: $M(x) = R_{AV} \cdot x = -\frac{100}{3} \cdot x$ $M_A = 0$ $M_B = -100 \text{ Nm}$

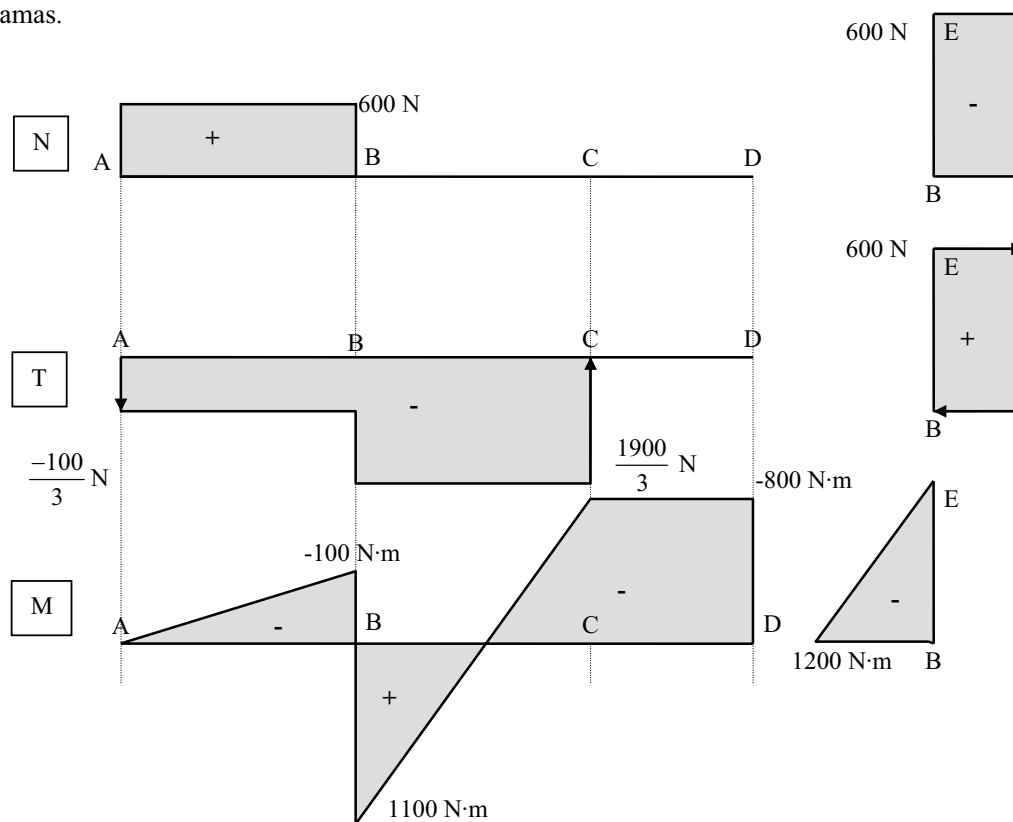
Tramo BC:

$$M(x) = R_{AV} \cdot x - 600(x - 3) + 600 \cdot 2$$

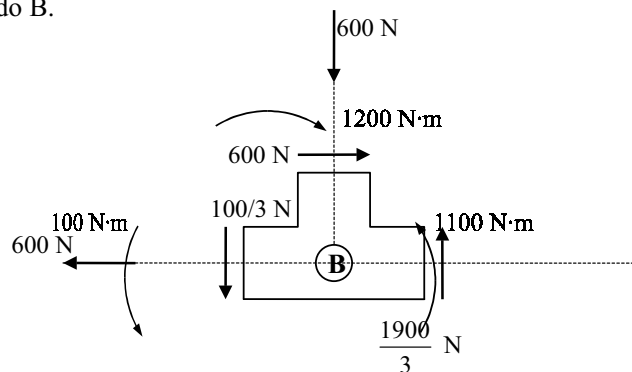
$$M_B = -\frac{100}{3} \cdot 3 - 0 + 1200 = 1100 \text{ Nm}$$

$$M_C = -\frac{100}{3} \cdot 6 - 600 \cdot 3 + 600 \cdot 2 = -800 \text{ Nm}$$

Diagramas.

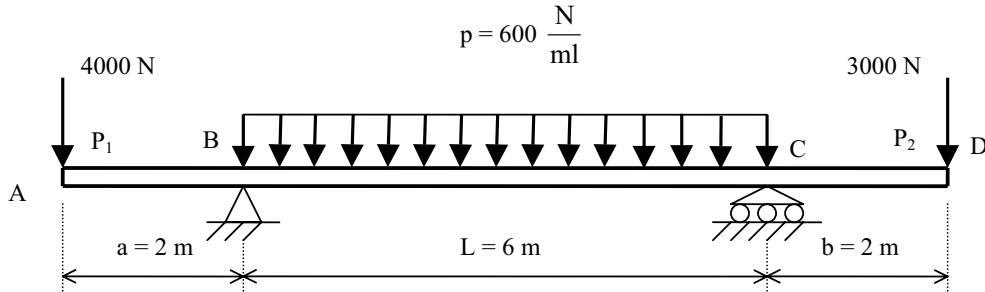


Equilibrio del nudo B.



Problema 1.4

Determinar los diagramas de esfuerzos en la viga de la figura.

**Resolución:**

Cálculo de las reacciones:

$$\sum F_V: R_B + R_C - 4000 - 600 \cdot 6 - 3000 = 0$$

$$\sum M_B: 4000 \cdot 2 - 600 \cdot 6 \cdot 3 + R_C \cdot 6 - 3000 \cdot 8 \Rightarrow R_C = 4467 \text{ N}$$

$$R_B = 6133 \text{ N}$$

Diagrama de momentos flectores:

Tramo AB:

$$M = -4000 \cdot x$$

$$M_A = 0 \quad M_B = -8000 \text{ Nm}$$

Tramo BC:

$$M = -4000 \cdot x + 6133 \cdot (x - 2) - 600 \cdot \frac{(x - 2)^2}{2}$$

$$M_B = -8000 \text{ Nm} \quad M_C = -6000 \text{ Nm}$$

Tramo CD:

$$M = -4000 \cdot x + 6133 \cdot (x - 2) - 600 \cdot 6 \cdot (x - 5) + 4467 \cdot (x - 8)$$

$$M_C = -6000 \text{ Nm} \quad M_D = 0$$

Diagrama de esfuerzos cortantes.

Tramo AB:

$$T = -4000 \text{ N}$$

$$T_A = -4000 \text{ N} \quad T_B = -4000 \text{ N}$$

Tramo BC:

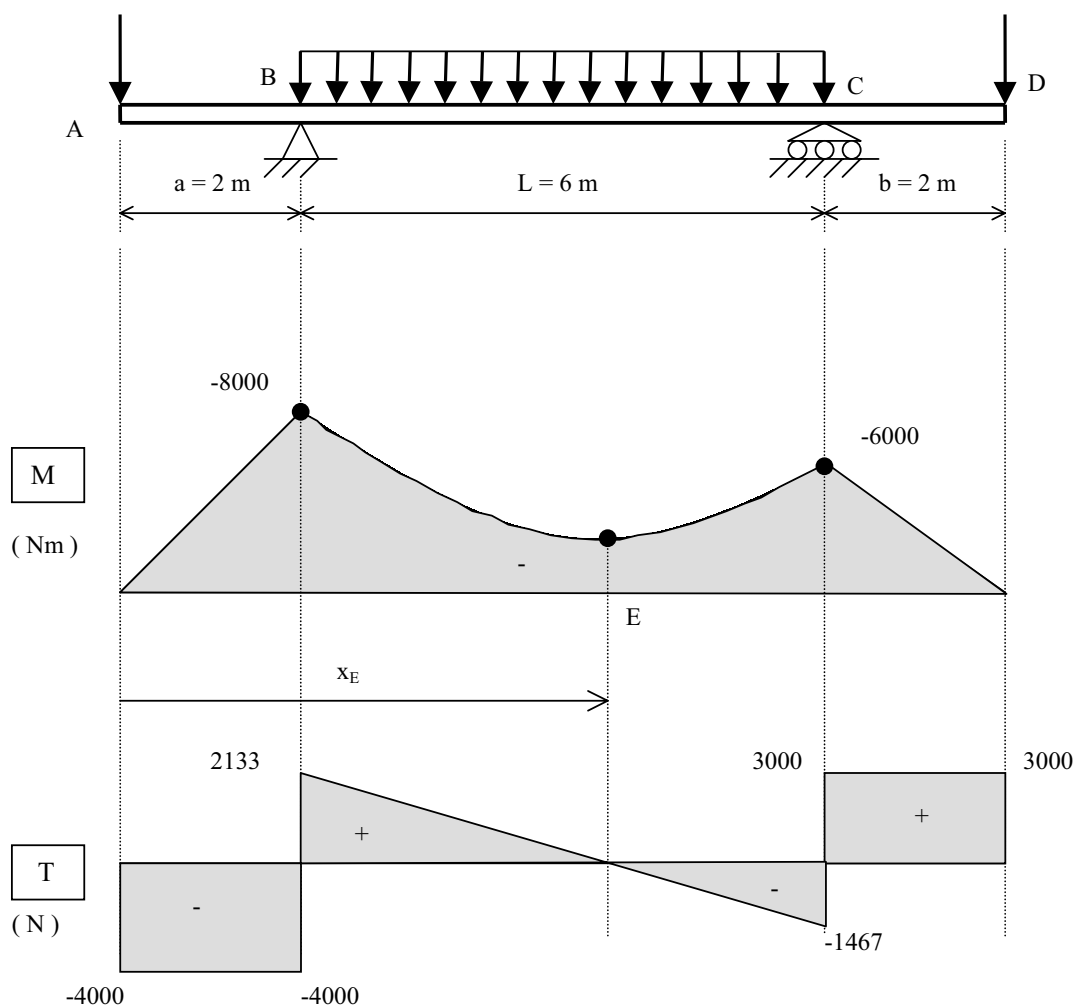
$$T = -4000x + 6133 - 600 \cdot (x - 2)$$

$$T_B = 2133 \text{ N} \quad T_C = -1467 \text{ N}$$

Tramo CD:

$$T = -4000 + 6133 - 3600 + 4467$$

$$T_C = 3000 \text{ N} \quad T_D = 3000 \text{ N}$$



El diagrama de momentos flectores pasa por un mínimo relativo en el punto E, donde la tangente es horizontal, o sea:

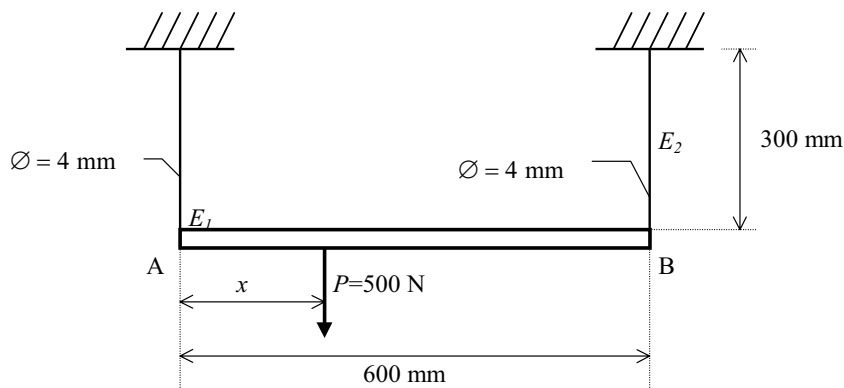
$$\frac{\partial M}{\partial x} = T = 0 \quad : \quad -4000 + 6133 - 600 \cdot (x_E - 2) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_E = 5,35 \text{ m}$$

$$M_E = -4208 \text{ Nm}$$

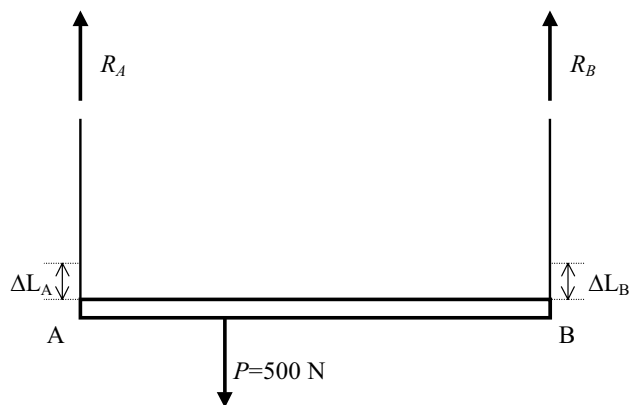
Problema 2.1

Tenemos una barra rígida que está suspendida por dos cables de igual diámetro $\varnothing = 4 \text{ mm}$, y cuyos módulos de elasticidad son: $E_1 = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ y $E_2 = 0.7 \cdot 10^5 \text{ MPa}$. La longitud de la barra es de 600 mm y la de los cables 300 mm. Se considera despreciable el peso propio de la barra. Dicha barra está sometida a una carga puntual $P = 500 \text{ N}$.

Calcular la posición x de la fuerza para que los puntos A y B tengan el mismo descenso.

**Resolución:**

Dibujamos el diagrama de sólido libre y obligamos el equilibrio. Además imponemos la igualdad de deformaciones.



$$\sum F_V = 0 \Rightarrow R_A + R_B = P$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \cdot L - P(L - x) = 0$$

$$\Delta L_A = \Delta L_B$$

Ley de Hooke :

$$\frac{R_A \cdot L_A}{S \cdot E_1} = \frac{R_B \cdot L_B}{S \cdot E_2} \Rightarrow R_A = \frac{R_B \cdot E_1}{E_2} = \frac{R_B \cdot 210000}{70000} \Rightarrow R_A = 3R_B$$

$$3R_B + R_B = 500 \Rightarrow R_B = \frac{500}{4} = 125 \text{ N} \Rightarrow R_A = 375 \text{ N}$$

De la ecuación de los momentos obtenemos x :

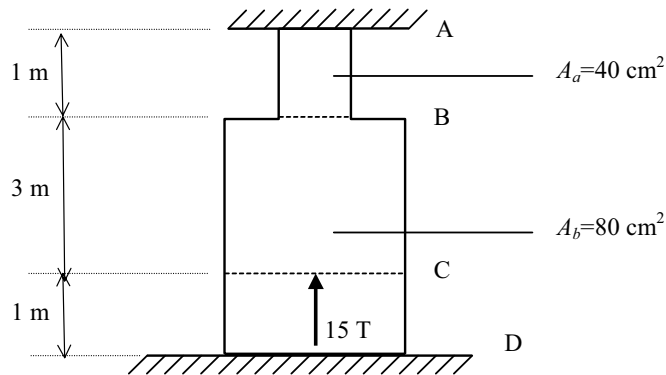
$$R_A \cdot L - P(L - x) = 0$$

$$375 \cdot 600 - 500(600 - x) = 0 \Rightarrow x = 150 \text{ mm}$$

Problema 2.2

En la barra esquematizada en la figura adjunta los extremos A y D están empotrados. Determinar las tensiones en ambas secciones, cuyas superficies son: $A_a=40 \text{ cm}^2$ y $A_b=80 \text{ cm}^2$. Hallar también el diagrama de esfuerzos axiles.

Datos: $E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

**Resolución:**

$$\sum F_V = 0$$

$$R_A + R_D = 15 \text{ T} = 150000 \text{ N}$$

Ecuación de deformación

El tramo AC está comprimido, por tanto R_A es un esfuerzo de compresión, y el tramo CD está traccionado, por lo que R_D es un esfuerzo de tracción.

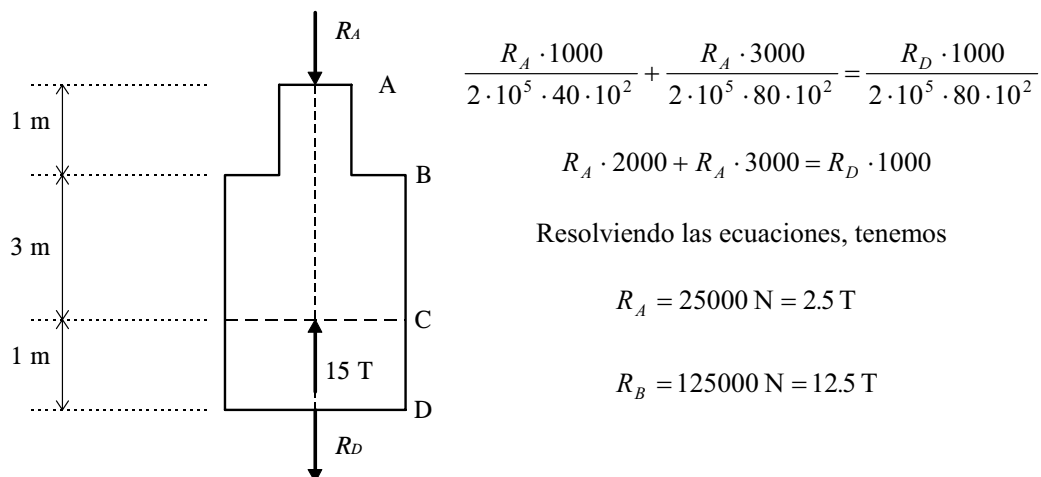
Al estar los dos extremos, A y D, empotrados la variación total de longitud es 0; y el acortamiento del tramo superior es igual al alargamiento del tramo inferior:

$$\Delta L_{AB} + \Delta L_{BC} = \Delta L_{CD}$$

Aplicando la ley de Hooke:

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{A \cdot E}$$

$$\frac{R_A \cdot L_{AB}}{E \cdot A_a} + \frac{R_A \cdot L_{BC}}{E \cdot A_b} = \frac{R_D \cdot L_{CD}}{E \cdot A_b}$$



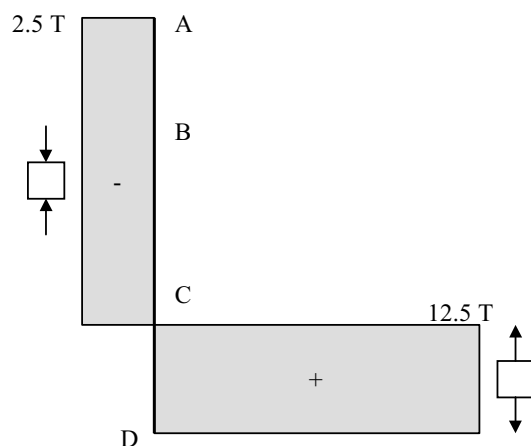
Cálculo de las tensiones.

$$\text{Tramo AB: } \sigma_{AB} = \frac{25000 \text{ N}}{40 \cdot 10^2 \text{ mm}^2} = 6.25 \text{ MPa (COMP.)}$$

$$\text{Tramo BC: } \sigma_{BC} = \frac{25000 \text{ N}}{80 \cdot 10^2 \text{ mm}^2} = 3.125 \text{ MPa (COMP.)}$$

$$\text{Tramo CD: } \sigma_{CD} = \frac{125000 \text{ N}}{80 \cdot 10^2 \text{ mm}^2} = 15.625 \text{ MPa (TRAC.)}$$

Diagrama de esfuerzos normales:



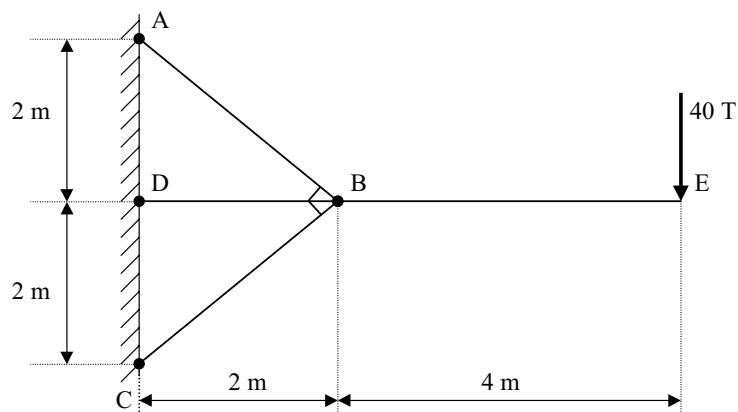
Problema 2.4

Hallar las reacciones del sistema y las tensiones en las barras articuladas AB y CB de la estructura representada en la figura, suponiendo infinitamente rígida la barra horizontal DE, articulada en D.

Barra AB: sección 40 cm^2

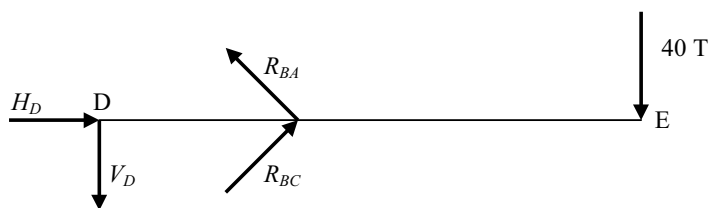
Barra CB: sección 80 cm^2

Se considera el mismo módulo de elasticidad, para todas las barras.

**Resolución:**

Se trata de un sistema hiperestático.

R_{BA} y R_{BC} siguen la dirección de la barra.

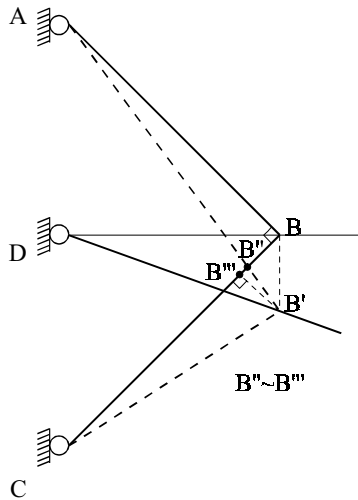
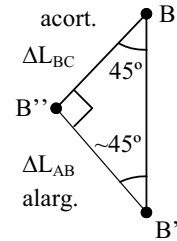
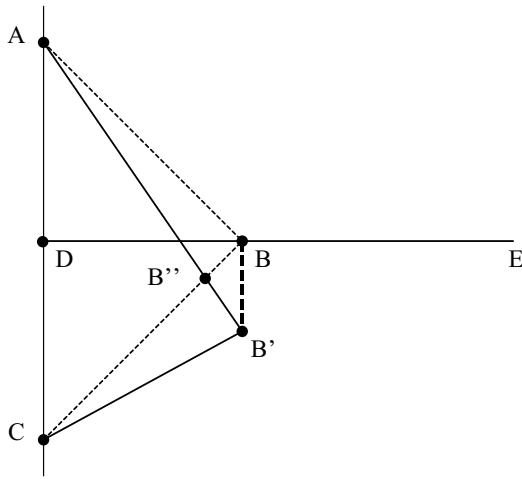


Ecuaciones de la estática:

$$\sum F_V = 0 \rightarrow -V_D + R_{BA} \frac{\sqrt{2}}{2} + R_{BC} \frac{\sqrt{2}}{2} - 40 = 0$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_D + R_{BC} \frac{\sqrt{2}}{2} - R_{BA} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_D \cdot 2 = 40 \cdot 4 \Rightarrow V_D = 80 \text{ T}$$



$$\Delta L_{AB} = B'B'' \quad \Delta L_{CB} = BB'''$$

Al ser deformaciones y ángulos pequeños:

$$B'B'' \approx BB'''$$

$$|\Delta L_{AB}| = |\Delta L_{BC}|$$

Alargamiento barra AB = Acortamiento barra BC

Aplicamos la ley de Hooke:

$$\left| \frac{R_{BA} \cdot 2\sqrt{2}}{E \cdot 40} \right| = \left| \frac{R_{BC} \cdot 2\sqrt{2}}{E \cdot 80} \right| \Rightarrow 2R_{BA} = R_{BC}$$

De la ecuación $\Sigma F_v = 0$ tenemos:

$$-80 + R_{BA} \frac{\sqrt{2}}{2} + 2R_{BA} \frac{\sqrt{2}}{2} - 40 = 0$$

con lo que,

$$R_{BA} = 56.73 \text{ T} \quad R_{BC} = 113.47 \text{ T}$$

De la otra ecuación despejamos: $H_D = -40 \text{ T}$ (sentido contrario al supuesto)

Cálculo de las tensiones:

$$\sigma_{AB} = \frac{56730}{40} = 1418 \frac{\text{Kp}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{113470}{80} = 1418 \frac{\text{Kp}}{\text{cm}^2}$$