

TEMA: DISEÑO DE LEVAS.

1- INTRODUCCION.

1.1- Contacto de deslizamiento y contacto rodante.

1.1.1- Contacto de deslizamiento.

1.1.2- Contacto rodante.

2- DIAGRAMAS DE DESPLAZAMIENTO.

3- DISEÑO GRAFICO DE LEVAS.

3.1- Definiciones.

3.2- Diseño gráfico de levas con seguidor de traslación de cara plana.

3.3- Diseño gráfico de levas con seguidor de traslación de rodillo.

4- DISEÑO ANALITICO DE LEVAS.

4.1- Diseño de levas con seguidor de traslación de cara plana.

4.1.1- Localización del punto de contacto.

4.1.2- Perfil de leva.

4.1.3- Radio de curvatura.

4.1.4- Radio del círculo base.

4.2- Diseño de levas con seguidor de traslación de rodillo.

4.2.1- Angulo de presión.

4.2.2- Perfil de leva.

4.2.3- Radio de curvatura.

4.2.4- Radio del círculo primitivo.

4.2.5- Radio del rodillo del seguidor.

4.3- Diseño de levas con seguidor de rotación de cara plana.

4.3.1- Localización del punto de contacto.

4.3.2- Perfil de leva.

4.3.3- Radio de curvatura.

4.4- Diseño de levas con seguidor de rotación de rodillo.

4.4.1- Orientación de la línea de contacto.

4.4.2- Perfil de leva.

4.4.3- Radio de curvatura.

4.4.4- Radio del círculo base.

1-INTRODUCCION.

En los capítulos anteriores se ha estudiado la cinemática de mecanismos en los que los pares presentaban contacto superficial (pares inferiores) pero poco se ha hablado de los pares superiores, aquellos que presentan contacto puntual o lineal, entre los cuales se encuentra las levas y los engranajes.

Una leva es un cuerpo sólido con una forma determinada, tal que su movimiento imparte un desplazamiento concreto a un segundo cuerpo denominado seguidor, que se mantiene en todo momento en contacto con la leva. La forma de la leva y la relación física entre esta y el seguidor definen la relación que existirá entre la posición de la leva y la del seguidor. La utilización de levas es una de las formas más simples de generar movimientos complejos periódicos con precisión, obteniéndose a un costo razonable.

En este capítulo se tratará de responder a la pregunta ¿cómo diseñar una leva para generar un movimiento del seguidor determinado?. Para ello, como viene siendo habitual se utilizarán dos métodos: uno gráfico y otro analítico.

Como ya se ha comentado el alumno debe saber las ventajas y desventajas que presenta cada uno de ellos, y evaluar que método es el más adecuado para cada problema concreto.

Existe una gran variedad de tipos de levas, aunque en este tema sólo se estudiarán las levas de disco como las mostradas en la figura 1, con diferentes tipos de seguidores (para ampliar conocimientos sobre levas se puede acudir a las obras relacionadas en el apartado de bibliografía).

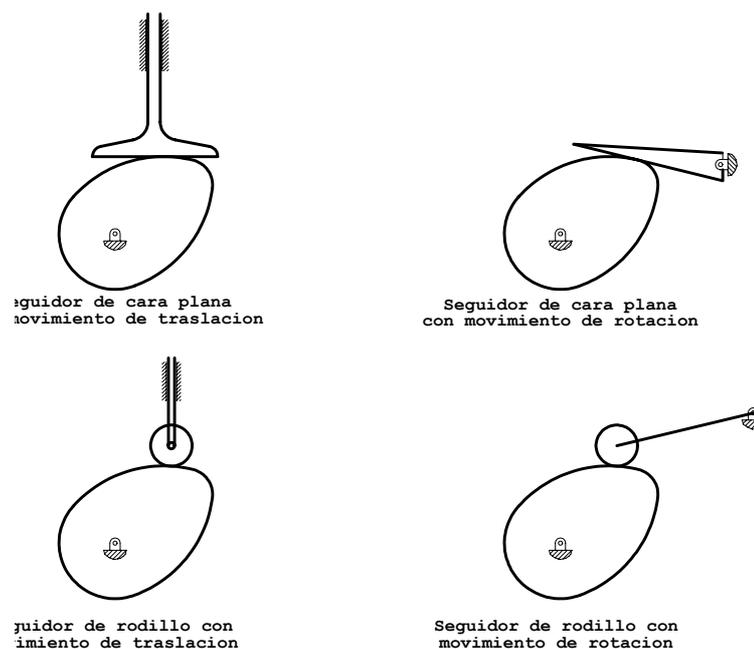


Fig-1. Diferentes tipos de levas de disco.

1.1-Contacto de deslizamiento y contacto rodante.

Antes de comenzar el estudio de las levas en sí, se aprovechará este apartado para introducir dos conceptos que van a ser ampliamente utilizados en los temas que tratan los pares superiores. Estos conceptos están íntimamente ligados a la forma física de efectuarse el contacto en este tipo de pares, y son:

- Contacto de deslizamiento.
- Contacto rodante.

1.1.1-Contacto de deslizamiento

Si en un mecanismo en el que existe contacto directo entre dos de sus eslabones, estos tienen movimiento relativo a lo largo de la tangente en el punto de contacto, entonces hay deslizamiento entre ellos y el contacto se denomina de deslizamiento.

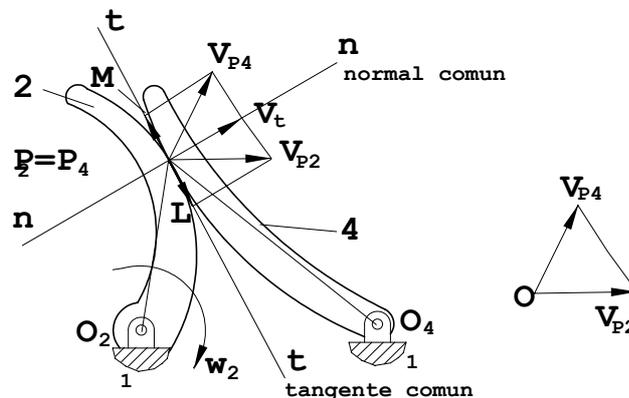


Fig-2. Contacto de deslizamiento.

Atendiendo a la figura 2 y analizando las velocidades de ambos eslabones en el punto de contacto P se obtiene:

$$\vec{V}_{P4} = \text{Velocidad del punto } P \text{ perteneciente a } 4.$$

$$\vec{V}_{P2} = \text{Velocidad del punto } P \text{ perteneciente a } 2.$$

Puesto que no puede haber penetración de un cuerpo en otro, sus velocidades a lo largo de la normal común tendrán que ser iguales.

Por otra parte existirán proyecciones de las velocidades \vec{V}_{P4} y \vec{V}_{P2} sobre la tangente común; estas proyecciones indican que un cuerpo desliza sobre el otro de forma que la diferencia de estas proyecciones es la velocidad de deslizamiento:

$$\vec{V}_{Desliz.} = \overline{P_2L} - \overline{P_4M}$$

Esta velocidad de deslizamiento indica la velocidad relativa del punto P perteneciente a un eslabón respecto al otro, y también puede ser calculada, según se vio en el tema de velocidades, aplicando la teoría del movimiento compuesto del punto:

$$\vec{V}_{P4} = \vec{V}_{P2} + \vec{V}_{P4/2}$$

Por tanto, siempre que aparezca el término $\vec{V}_{P4/2}$ existirá deslizamiento; para que esto no ocurra el punto de contacto, como se verá a continuación, deberá estar situado en la línea que une los centros de rotación de los dos eslabones.

1.1.2.-Contacto rodante.

En un mecanismo de contacto directo, existe rodadura sólo si no hay deslizamiento, y por tanto las componentes tangenciales de las velocidades de cada uno de los puntos deben ser iguales en magnitud y dirección. Para que esto ocurra y a la vez las componentes normales de \vec{V}_{P2} y \vec{V}_{P4} sean iguales se debe cumplir que \vec{V}_{P2} y \vec{V}_{P4} coincidan en módulo, dirección y sentido, es decir sean idénticas.

Por otra parte, estas dos velocidades sólo pueden tener la misma dirección cuando el punto de contacto P está situado en la línea que une los centros de rotación O_2 y O_4 de cada uno de los eslabones, según se muestra en la figura 3; esta línea recibe el nombre de línea de centros.

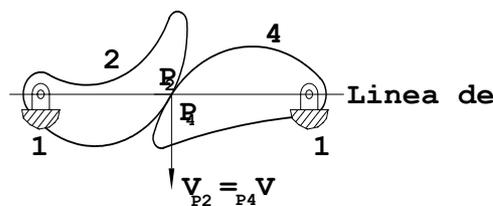


Fig-3. Condición para el contacto de rodadura.

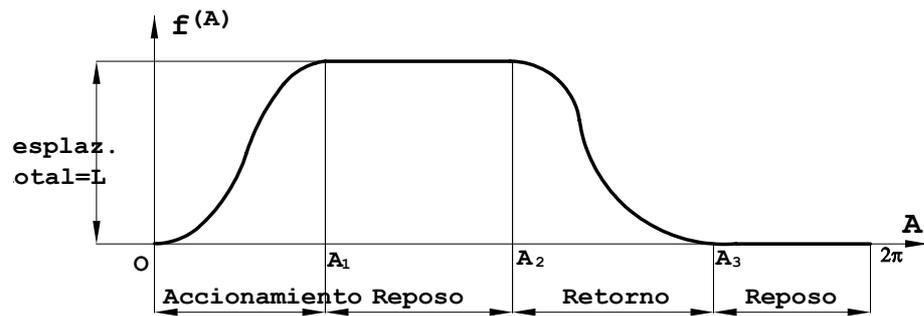


Fig-5. Diagrama típico de desplazamiento.

Durante un ciclo completo de la leva se distinguen cuatro diferentes fases:

- Accionamiento: El desplazamiento del seguidor varía desde cero a un valor máximo.
- Reposo: Periodo en el que es mantenido el máximo desplazamiento.
- Retorno: El desplazamiento del seguidor disminuye del máximo valor alcanzado durante el accionamiento (y mantenido en reposo) a cero.
- Reposo: Es un segundo reposo en el que el valor del desplazamiento se mantiene nulo.

Expresándolo de forma matemática:

$$\begin{aligned}
 - \text{Accionamiento: } & f(A) = f_1(A) \quad 0 \leq A \leq A_1 \\
 - \text{Reposo: } & f(A) = L \quad A_1 \leq A \leq A_2 \\
 - \text{Retorno: } & f(A) = f_3(A) \quad A_2 \leq A \leq A_3 \\
 - \text{Reposo: } & f(A) = 0 \quad A_3 \leq A \leq 2\pi
 \end{aligned}$$

Pueden darse casos, como el mostrado en la figura 6, en los que el reposo es nulo, haciendo coincidir los puntos A_1 y A_2 .

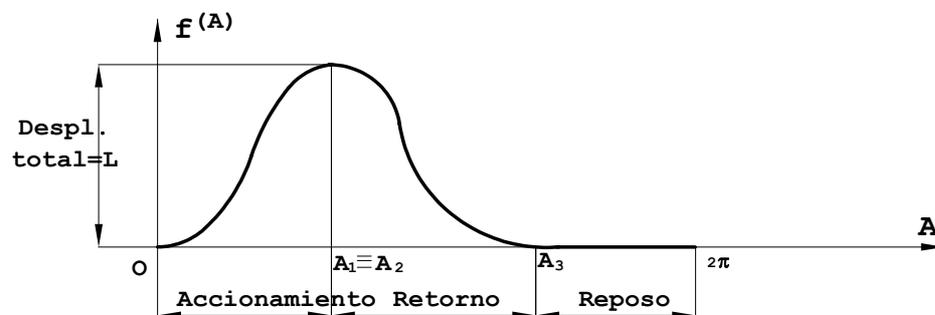


Fig-6. Diagrama de desplazamiento con reposo nulo.

Tanto la función de accionamiento, como la de retorno, representan el movimiento físico del seguidor, por lo tanto deben ser continuas y derivables; además para lograr una transición continua a los reposos adyacentes sus derivadas deben ser cero al final de sus respectivos intervalos.

Si denotamos por $H(A)$ la posición del seguidor:

$$H(A) = f(A) + cte \quad (1)$$

La velocidad del seguidor se obtendrá derivando (1) respecto al tiempo (teniendo en cuenta la regla de la cadena):

$$\begin{aligned} \frac{dH(A)}{dt} &= \frac{d}{dt} f(A) + 0 \\ \dot{H}(A) &= \frac{df(A)}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} \\ \dot{H}(A) &= f'(A) \cdot \dot{A} \quad (2) \end{aligned}$$

Derivando de nuevo se obtendrá la aceleración:

$$\ddot{H}(A) = \ddot{A} \cdot f'(A) + \dot{A}^2 \cdot f''(A) \quad (3)$$

Como puede apreciarse del estudio de la ecuación (3), valores grandes de $f''(A)$ supondrán grandes valores de la aceleración del seguidor. Por otra parte, si la función $f''(A)$ es discontinua, también lo será $\ddot{H}(A)$, lo que supondrá que la fuerza de contacto entre la leva y el seguidor será discontinua, ocasionándose una situación de impacto (lo que puede provocar daño en las superficies de la leva y el seguidor así como vibraciones que excitan al sistema mecánico). Por lo tanto para la elección de la función de desplazamiento es necesario tener en cuenta tanto la función en sí como sus derivadas primera y segunda.

A modo de ejercicio, supóngase que se quiere construir una función de accionamiento parabólica. No es posible que una sola función parabólica se ajuste inicialmente a los reposos al principio y al final del intervalo, pero si se puede conseguir utilizando dos que se unan en el medio del intervalo con la tangente común en dicho punto, tal y como se muestra en la figura 7.

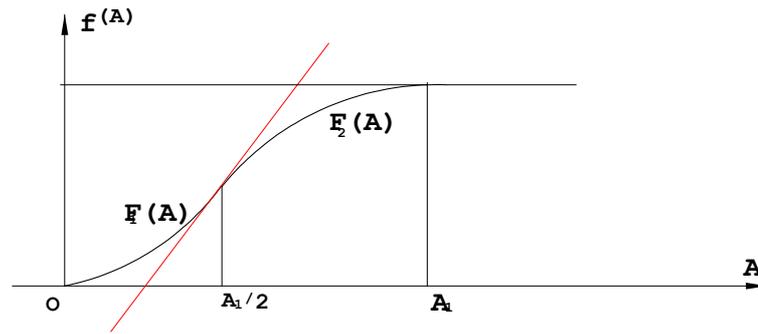


Fig-7. Funciones de accionamiento parabólico con tangente común.

En este caso se obtendrán las funciones parabólicas siguientes:

$$F_1(A) = K_1 \cdot A^2$$

$$F_2(A) = L - K_2 \cdot (A - A_1)^2$$

Las derivadas de estas funciones (respecto al argumento) serán:

$$F_1'(A) = 2K_1 \cdot A$$

$$F_2'(A) = -2K_2 \cdot (A - A_1)$$

y sus segundas derivadas:

$$F_1''(A) = 2K_1$$

$$F_2''(A) = -2K_2$$

Es evidente que $F_1(0) = 0$ y $F_1'(0) = 0$ por una parte (principio del intervalo) y que $F_2(A) = L$ y $F_2'(A) = 0$ por la otra (final del intervalo), lo que asegura una transición suave entre el intervalo de accionamiento y los intervalos de espera adyacentes (curva continua y sin puntos angulosos).

Por otra parte, puesto que la unión debe ser continua durante todo el intervalo, en el centro del mismo las dos funciones deben tener el mismo valor y la misma derivada (tal y como se comentó anteriormente), por tanto:

$$F_1(A_1/2) = F_2(A_1/2)$$

$$F_1'(A_1/2) = F_2'(A_1/2)$$

Sustituyendo en las funciones y en sus derivadas:

$$\left. \begin{aligned} K_1(A_1/2)^2 &= L - K_2\left(-\frac{A_1}{2}\right)^2 \\ 2K_1\frac{A_1}{2} &= -2K_2\left(-\frac{A_1}{2}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} K_1\frac{A_1^2}{4} = L - K_2\frac{A_1^2}{4} \Rightarrow L = \frac{K_1 \cdot A_1^2}{2} \Rightarrow K_1 = \frac{2L}{A_1^2} \\ 2K_1\frac{A_1}{2} = 2K_2\frac{A_1}{2} \Rightarrow K_1 = K_2 \end{cases}$$

luego:

$$K_1 = K_2 = \frac{2L}{A_1^2}$$

Con lo que la forma de la función de desplazamiento será:

$$\begin{cases} f(A) = 2L\left(\frac{A_1}{A}\right)^2 & \text{si } 0 \leq A \leq A_1/2 \\ f(A) = L - 2L\frac{(A_1 - A)^2}{A_1^2} & \text{si } A_1/2 \leq A \leq A_1 \end{cases}$$

El desarrollo de la función de retorno se realizaría de forma similar al desarrollo de la de accionamiento.

A continuación, se presentan cuatro funciones de desplazamiento que han sido típicamente utilizadas en el diseño de levas:

Nombre	Función	Intervalo
Parabólica	$f(A) = 2L(A/A_1)^2$	$0 \leq A \leq A_1/2$
	$f(A) = L\left[1 - 2\frac{(A_1 - A)^2}{A_1^2}\right]$	$A_1/2 \leq A \leq A_1$
Cúbica	$f(A) = 4L(A/A_1)^3$	$0 \leq A \leq A_1/2$
	$f(A) = L\left[1 - 4\frac{(A_1 - A)^3}{A_1^3}\right]$	$A_1/2 \leq A \leq A_1$
Sinusoidal	$f(A) = \frac{L}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot A}{A_1}\right)\right]$	$0 \leq A \leq A_1$

Cicloidal	$f(A) = \frac{L}{\pi} \left[\frac{\pi A}{A_1} - \frac{1}{2} \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi A}{A_1} \right) \right]$	$0 \leq A \leq A_1$
-----------	--	---------------------

En resumen, se puede decir que la función desplazamiento especifica por completo el movimiento requerido para el seguidor y proporciona toda la información cinemática requerida para diseñar una leva; además, como se verá a continuación, se utiliza directamente en técnicas del diseño gráfico de levas.

3-DISEÑO GRAFICO DE LEVAS

Sólo se hará una breve introducción al diseño gráfico de levas, pues es un método que está quedando en desuso pero, por otra parte, es muy intuitivo y sirve para ver de forma clara la relación existente entre la función de desplazamiento y el perfil de leva.

Aunque sólo se tratará del diseño de dos tipos de levas, el fundamento para otras es el mismo y en los libros citados en las referencias bibliográficas pueden encontrarse estudios más detallados sobre el diseño gráfico de levas.

3.1-Definiciones.

Antes de acometer el diseño de levas utilizando técnicas gráficas se definirán una serie de conceptos que serán de uso común en el mismo (ver figuras 8 y 9).

-Perfil de leva: Es la parte de la superficie de la leva que hace contacto con el seguidor.

-Círculo base: Es el círculo más pequeño que, estando centrado en el eje de rotación de la leva, es tangente al perfil de la misma.

-Curva primitiva: Es la curva cerrada descrita por el punto de trazo. Dicho punto se considerará el eje de rotación del rodillo si el seguidor es de rodillo.

-*Círculo primitivo*: Es el círculo más pequeño que estando centrado en el eje de rotación de la leva es tangente a la curva primitiva.

3.2-Diseño gráfico de levas con seguidor de traslación de cara plana.

En la figura 8 se muestra una leva con seguidor de traslación de cara plana, junto con su diagrama de desplazamiento. Como se comentó anteriormente el diagrama de desplazamiento, y su representación gráfica, es la base para el diseño de levas con métodos gráficos.

Para acometer el diseño de la leva se divide, en el diagrama de desplazamiento, el ciclo de la leva en tantos intervalos como sea posible (cuantos más intervalos, más precisión se logrará al generar el perfil de la leva). A continuación, con centro en el eje de rotación de la leva, se dibujan radios con el mismo incremento angular que el utilizado en la división del ciclo de la leva.

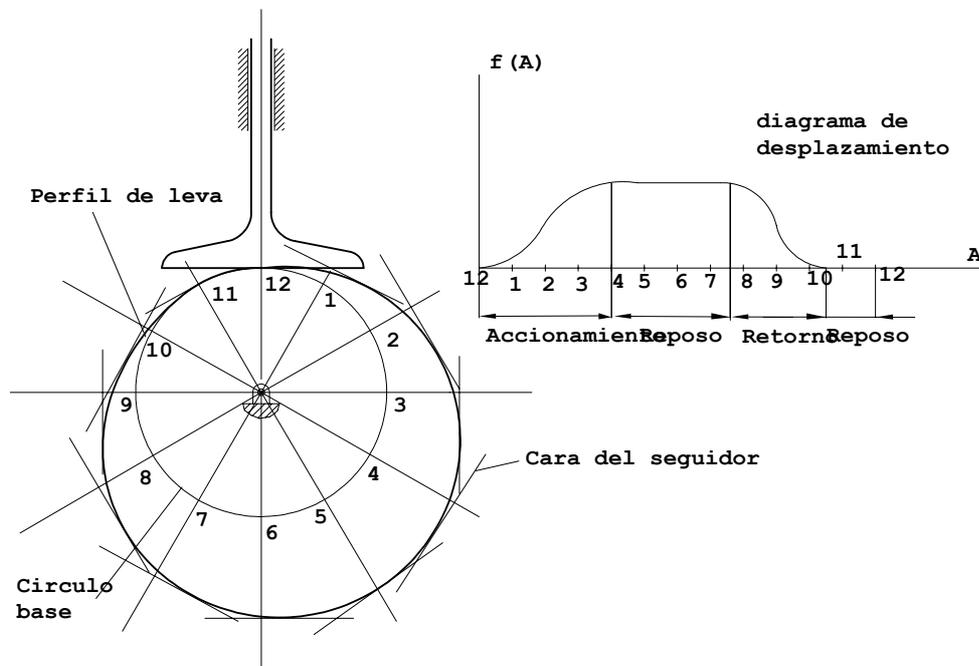


Fig-8. Diseño gráfico de una leva con seguidor de traslación de cara plana

Se supondrá a priori conocido el radio del círculo base, por tanto la mínima distancia desde la cara del seguidor al perfil de la leva será dicho radio, que se corresponderá con el reposo en el punto muerto inferior. Para las demás posiciones, el seguidor se habrá desplazado una longitud adicional que puede ser extraída del diagrama cinemático y llevada a cada uno de los radios correspondientes trazados por el centro de giro de la leva. Si se supone que la leva no gira, pero sí lo hace el seguidor alrededor de la misma, el movimiento relativo entre la leva y el seguidor no habrá variado (método de inversión cinemática), por lo tanto si por el extremo de las distancias marcadas sobre los radios se trazan perpendiculares a los mismos, estos representarán las diferentes posiciones de la cara del

seguidor en su rotación alrededor de la leva y por este motivo la curva tangente a las diferentes posiciones de la cara del seguidor será el perfil de leva buscado.

3.3-Diseño de levas con seguidor de traslación de rodillo.

El método utilizado para el diseño de la leva mostrada en la figura 9, es el mismo que en el del caso anterior con las particularidades que a continuación se detallan:

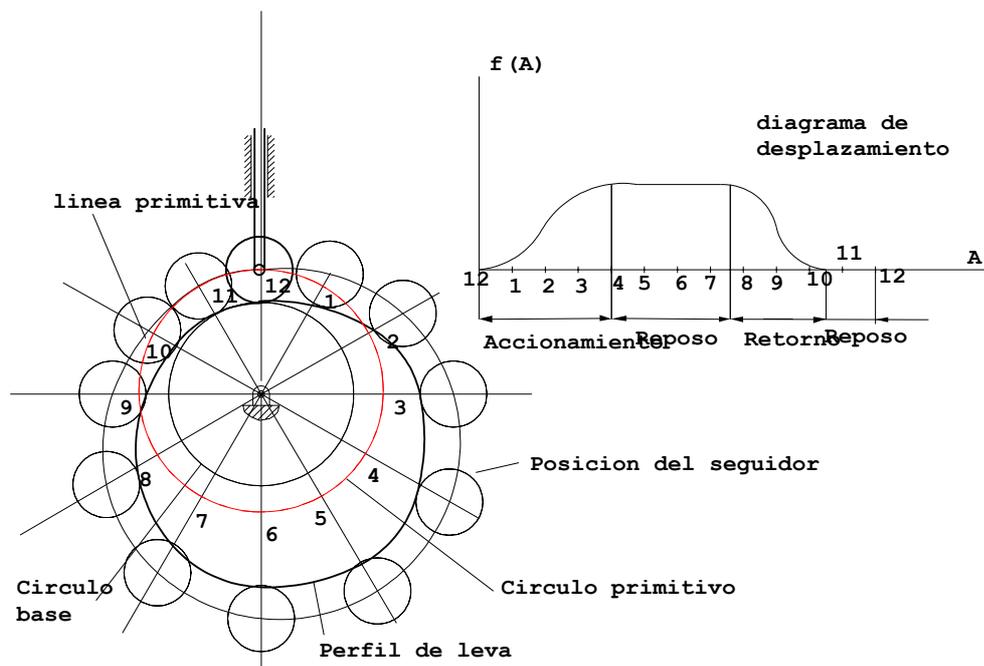


Fig-9. Diseño gráfico de una leva con seguidor de traslación de rodillo.

- En este caso se deberá conocer el radio del círculo base y el del rodillo del seguidor.
- El perfil que se obtiene uniendo los centros del rodillo del seguidor, en su rotación alrededor de la leva, es la denominada curva primitiva.
- El perfil de leva se obtendrá trazando la tangente a las sucesivas posiciones que irá ocupando el rodillo del seguidor a medida que su centro se va desplazando por la curva primitiva.

La elección del valor de R_o es una decisión de diseño que se discutirá más adelante, consideramos, inicialmente, que ya ha sido asignado.

4.1.1-Localización del punto de contacto.

La posición del punto de contacto entre la leva y el seguidor viene determinada por el valor de la distancia D . La línea que pasa a través del punto de contacto y es perpendicular a la cara del seguidor se denomina *línea de contacto*.

Todos los puntos que perteneciendo a la leva están situados en la línea de contacto, tienen la misma componente de velocidad a lo largo de dicha línea, y su valor es:

$$V_L = \dot{A} \cdot \overline{OQ} = \dot{A} \cdot D$$

estando Q situado en la intersección de la línea de contacto con la perpendicular a la misma desde el eje de la leva O .

Por otra parte, puesto que el seguidor es un sólido rígido, todos sus puntos tienen la misma velocidad en la dirección del movimiento de este, su valor es:

$$V_s = \dot{H} = \frac{d}{dt}(R_o + f_{(A)}) = \frac{d}{dt}(f_{(A)}) = \dot{A} \cdot f'_{(A)}$$

Puesto que tanto la leva como el seguidor son sólidos rígidos, no puede haber penetración entre ellos a partir del punto de contacto y, para un buen funcionamiento del mecanismo, deben permanecer en contacto; estas condiciones, analíticamente, requieren la igualdad de componentes de velocidades de la leva y el seguidor sobre la línea de contacto:

$$\begin{aligned} V_L &= V_s \\ \dot{A} \cdot D &= \dot{A} \cdot f'_{(A)} \\ D &= f'_{(A)} \quad (4) \end{aligned}$$

Luego el contacto tiene lugar del centro de rotación de la leva a la derecha cuando $D > 0$ ($f'_{(A)} > 0$), que es durante el intervalo de accionamiento, y a la izquierda cuando $D < 0$ ($f'_{(A)} < 0$) que coincide con el intervalo de retorno. Por otra parte, según se muestra en la figura 11, esta ecuación nos da la longitud que debe de tener la cara del seguidor:

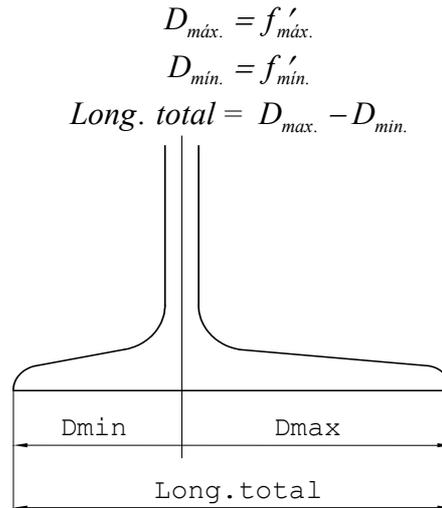


Fig-11. Longitudes máxima y mínima del seguidor

4.1.2- Perfil de leva:

El perfil de la leva se especificará dando las coordenadas polares (R, G) del punto de contacto con respecto a la línea de referencia del cuerpo OM . Para determinar estos valores se considerarán, atendiendo a la figura 10, las siguientes ecuaciones de posición:

$$R \cdot \cos\left(A + G - \frac{\pi}{2}\right) = D = f'_{(A)}$$

$$R \cdot \sen\left(A + G - \frac{\pi}{2}\right) = H_{(A)} = R_o + f_{(A)}$$

$$\left. \begin{array}{l} R \cdot \sen(A + G) = D = f'_{(A)} \\ -R \cdot \cos(A + G) = H_{(A)} = R_o + f_{(A)} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R \cdot \sen(A + G) = f'_{(A)} \\ R \cdot \cos(A + G) = -(R_o + f_{(A)}) \end{array} \right.$$

Operando:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(A + G) &= \frac{f'_{(A)}}{-(R_o + f_{(A)})} \Rightarrow A + G = \operatorname{arctg}\left[\frac{f'_{(A)}}{-(R_o + f_{(A)})}\right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow G = -A + \operatorname{arctg}\left[\frac{f'_{(A)}}{-(R_o + f_{(A)})}\right] \end{aligned}$$

elevando las anteriores al cuadrado y sumando:

$$R^2 \cdot [\sen^2(A + G) + \cos^2(A + G)] = f'_{(A)}{}^2 + [R_o + f_{(A)}]^2$$

Con lo que:

$$R = \sqrt{f'_{(A)}{}^2 + [R_O + f_{(A)}]^2}$$

Luego las coordenadas polares que definen el perfil de la leva son:

$$\left. \begin{aligned} G &= -A + \operatorname{arctg} \left[\frac{f'_{(A)}}{-(R_O + f_{(A)})} \right] \\ R &= \sqrt{f'_{(A)}{}^2 + [R_O + f_{(A)}]^2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

A medida que el ángulo de rotación de la leva A varía de 0 a 2π , todos los puntos del perfil de la leva se van generando por resolución de las ecuaciones (7) en las que todos los datos son conocidos.

4.1.3- Radio de curvatura.

Para un buen funcionamiento, el perfil de la leva debe ser suave y tener una derivada continua; de no ser así, el perfil de la leva tendría puntos angulosos. En estos puntos, la tangente no está definida y el radio de curvatura es cero, por lo que existirían problemas de tensiones de contacto ya que la tensión de contacto varía con la recíproca de la raíz cuadrada del radio de curvatura.

En la leva de la figura 12, para el punto de contacto representado, el radio de curvatura es ρ y el centro de curvatura viene determinado por el punto C^* .

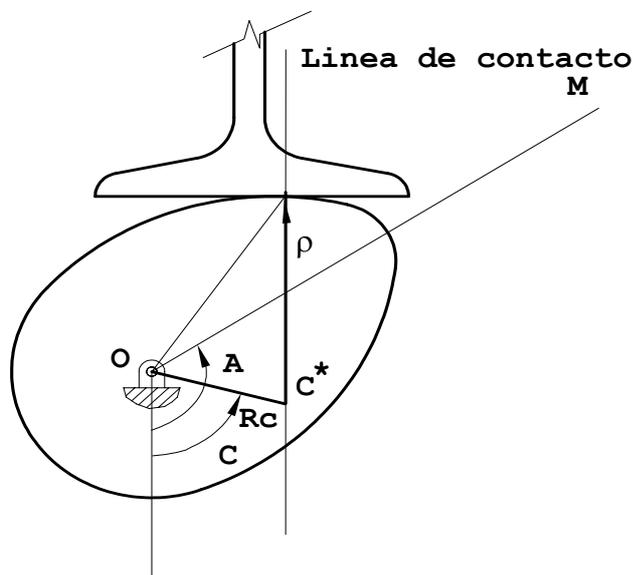


Fig-12. Radio de curvatura del perfil de leva.

La distancia del eje de rotación de la leva al centro de curvatura es R_c . Cada uno de los ángulos A y C son medidos de una vertical común a diferentes líneas fijadas a la leva (OM y OC^* respectivamente), por lo tanto, difiere como mucho en una constante¹, luego:

$$C = A + cte.$$

$$\frac{dC}{dA} = 1 \quad (8)$$

Considerando las ecuaciones de posición siguientes:

$$D_{(A)} = f'_{(A)} = R_c \text{sen}(C)$$

$$H_{(A)} = R_o + f_{(A)} = \rho - R_c \text{cos}(C) \quad (9)$$

Este sistema de ecuaciones tiene tres incógnitas, a saber R_c , C y ρ . Si se deriva la primera respecto a la posición angular de la leva A :

$$\frac{dD_{(A)}}{dA} = f''_{(A)} = R_c \cdot \frac{dC}{dA} \cdot \text{cos}(C)$$

pero por (8) $dC/dA=1$

$$\frac{dD_{(A)}}{dA} = f''_{(A)} = R_c \cdot \text{cos}(C)$$

que sustituyendo en la segunda de (9):

$$R_o + f_{(A)} = \rho - f''_{(A)}$$

$$\rho = R_o + f_{(A)} + f''_{(A)} \quad (10)$$

La ecuación (10) proporciona una expresión para evaluar el radio de curvatura en cualquier punto del perfil, una vez conocido el radio base.

¹Aunque la leva estuviese representada en otra posición, C se refiere a la coordenada angular del centro de curvatura del punto de contacto representando en la posición de la figura, por lo tanto si la leva pasa de A a $A+\alpha$ el valor de C pasará de C a $C+\alpha$.

4.1.4- Radio del círculo base.

La ecuación (10) puede ser utilizada para calcular el radio base R_o una vez determinado el radio de curvatura, para ello se utilizará la ecuación de las tensiones de contacto. Una vez determinado ρ , se calculará el radio base mínimo mediante:

$$R_{o_{min.}} = (\rho - f_{(A)} - f''_{(A)})_{min}$$

Si la fuerza que presiona el seguidor contra la leva no es constante (por ejemplo la fuerza es mantenida por un resorte), habrá que calcular ρ para cada una de las posiciones de la leva teniendo en cuenta la fórmula de las tensiones de contacto.

4.2- Diseño de levas con seguidor de traslación de rodillo.

Para mantener la respuesta del seguidor del apartado anterior, pero reducir el rozamiento y el desgaste, pueden utilizarse levas con seguidor de rodillo en vez de seguidor de cara plana.

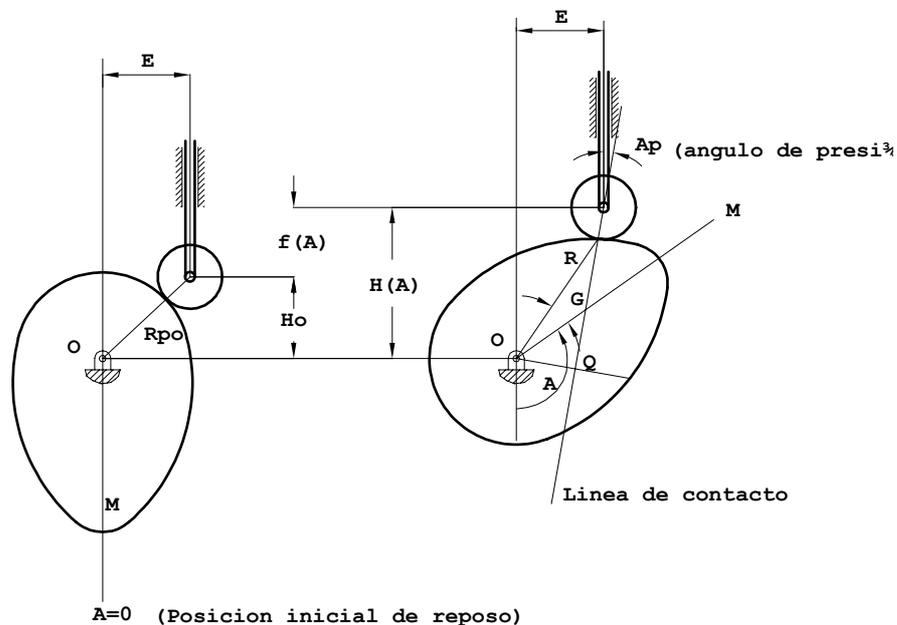


Fig-13. Leva con seguidor de traslación de rodillo.

En la figura 13 se muestra una leva con seguidor de traslación de rodillo. Al igual que en el caso anterior, el centro de la leva es O y el ángulo de rotación de la misma es A (medido de la vertical a la

línea de referencia del cuerpo OM). El desplazamiento del seguidor respecto la vertical que pasa por el centro de la leva es E . La posición del punto de trazo para la posición inicial de reposo ($A=0$) es H_o , cuyo valor en función del radio del círculo primitivo (R_{PO}) y del desplazamiento del seguidor respecto de la vertical que pasa por el centro de rotación de la leva (E) es:

$$H_o = \sqrt{R_{PO}^2 - E^2}$$

Los valores de los radios tanto del círculo primitivo como del rodillo del seguidor son decisiones de diseño. Por ahora se supondrán conocidos y se volverá a su estudio más adelante.

Por otra parte, la posición del punto de trazo en función del ángulo de rotación de la leva es:

$$H_{(A)} = H_{(o)} + f_{(A)} = \sqrt{R_{PO}^2 - E^2} + f_{(A)}$$

4.2.1- Angulo de presión.

La *línea de contacto* es aquella línea normal a la tangente en el punto de contacto entre la leva y el seguidor. Esta línea, por definición, ha de pasar por el centro del rodillo del seguidor (que es el punto de trazo). El ángulo formado por la línea de contacto y el eje de desplazamiento del seguidor se denomina *ángulo de presión* (A_p).

El seguidor no debe ni separarse del perfil de la leva, ni penetrar en él, como se comentó con anterioridad. Esta condición se expresa en términos de velocidad igualando las componentes de las velocidades del seguidor y de la leva sobre la línea de contacto, de esta forma:

$$V_s = \dot{H}_{(A)} \cdot \cos A_p$$

$$V_L = \dot{A} \cdot \overline{OQ}$$

Donde la distancia \overline{OQ} atendiendo a la figura 14 es:

$$\overline{OQ} = H_{(A)} \cdot \text{sen}(A_p) + E \cdot \cos(A_p)$$

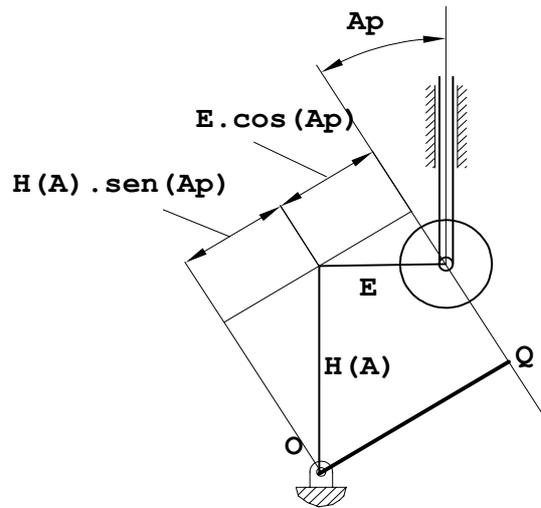


Fig-14. Distancia del centro de rotación de la leva a la línea de contacto.

luego la componente de la velocidad de la leva a lo largo de la línea de contacto quedará:

$$V_L = \dot{A} \cdot [H_{(A)} \cdot \text{sen}(A_p) + E \cdot \text{cos}(A_p)] \quad (11)$$

Por otra parte se ha visto que:

$$V_s = \dot{H}_{(A)} \cdot \text{cos}(A_p)$$

pero $H_{(A)} = \sqrt{R_{po}^2 - E^2} + f_{(A)}$ donde R_{po} y E son valores predeterminados (constantes para cualquier valor de A) al comenzar el diseño de la leva, luego su derivada respecto a A es nula:

$$\dot{H}_{(A)} = \frac{dH_{(A)}}{dt} = \frac{dH_{(A)}}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} = \frac{df_{(A)}}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} = f'_{(A)} \cdot \dot{A}$$

y la componente de la velocidad del seguidor según la línea de contacto quedará:

$$V_s = \dot{A} \cdot f'_{(A)} \cdot \text{cos}(A_p) \quad (12)$$

Igualando las expresiones (11) y (12):

$$\begin{aligned}\dot{A} \cdot f'_{(A)} \cdot \cos(A_p) &= \dot{A} \cdot [H_{(A)} \cdot \operatorname{sen}(A_p) + E \cdot \cos(A_p)] \\ H_{(A)} \cdot \operatorname{sen}(A_p) + E \cdot \cos(A_p) &= f'_{(A)} \cdot \cos(A_p) \\ H_{(A)} \cdot \operatorname{tg}(A_p) + E &= f'_{(A)} \\ \operatorname{tg}(A_p) &= \frac{f'_{(A)} - E}{H_{(A)}}\end{aligned}$$

De donde el valor del ángulo de presión en función del ángulo girado por la leva es:

$$A_p = \operatorname{arctg} \left[\frac{f'_{(A)} - E}{\sqrt{R_{PO}^2 - E^2} + f_A} \right] \quad (13)$$

El ángulo de presión es una medida de la componente lateral de la fuerza que ejerce la leva sobre el seguidor, dicha fuerza tenderá a acuñar y flexionar al seguidor haciendo que aumente el rozamiento y el desgaste. La práctica indica que, para un rendimiento satisfactorio, el ángulo de presión no debe exceder los $\pi/6$ radianes. Atendiendo a la ecuación (13) es evidente que un aumento del radio de la circunferencia primitiva se traduce en una disminución del ángulo de presión.

4.2.2- Perfil de leva.

El perfil de leva, se determinará mediante el cálculo de sus coordenadas polares (R y G) medidas a partir de la línea de referencia del cuerpo (OM).

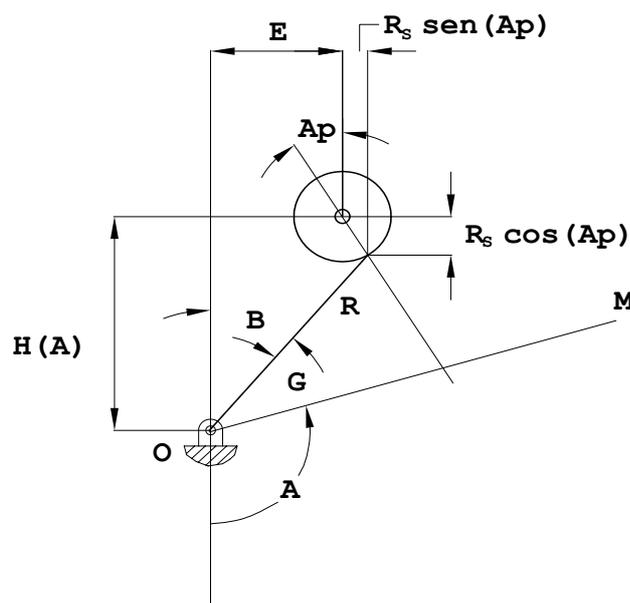


Fig-15. Ángulo de presión.

Introduciendo el ángulo B cuyo valor, atendiendo a la figura 15, es:

$$B = \operatorname{arctg} \left[\frac{E + R_s \cdot \operatorname{sen}(A_p)}{H_{(A)} - R_s \cdot \operatorname{cos}(A_p)} \right] \quad (14)$$

y teniendo en cuenta que la relación existente entre B , G , y A es:

$$A + G + B = \pi$$

se obtiene:

$$G = \pi - A - B$$

Sustituyendo B por la expresión (14):

$$G = \pi - A - \operatorname{arctg} \left[\frac{E + R_s \cdot \operatorname{sen}(A_p)}{H_{(A)} - R_s \cdot \operatorname{cos}(A_p)} \right] \quad (15)$$

Por otra parte, atendiendo nuevamente a la figura 15:

$$R^2 = [H_{(A)} - R_s \cdot \operatorname{cos}(A_p)]^2 + [E + R_s \cdot \operatorname{sen}(A_p)]^2$$

de donde:

$$R = \sqrt{[H_{(A)} - R_s \cdot \operatorname{cos}(A_p)]^2 + [E + R_s \cdot \operatorname{sen}(A_p)]^2} \quad (16)$$

A medida que el ángulo A varía de 0 a 2π , por medio de las expresiones (15) y (16) se van calculando los puntos del perfil de la leva.

4.2.3- Radio de curvatura.

En la figura 16 se muestra el radio de curvatura, ρ , para el punto en el que se está realizando el contacto. El punto C^* representa el centro de curvatura del perfil de la leva.

Pero el punto C^* es también el centro de curvatura de la curva primitiva, cuyo radio de curvatura es ρ_p .

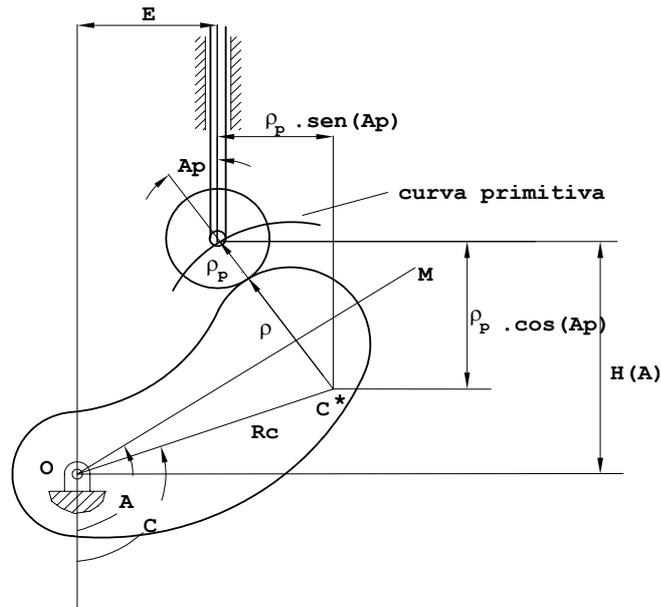


Fig-16. Radio de curvatura del perfil de leva.

Para calcular el radio de curvatura del perfil de leva (ρ) se calculará inicialmente el de la curva primitiva (ρ_p) para posteriormente restarle el radio del rodillo del seguidor (R_s).

Los ángulos C y A difieren como mucho en una constante, luego:

$$C = A + cte$$

$$\frac{dC}{dA} = 1$$

Por otra parte, pueden plantearse las siguientes ecuaciones de posición:

$$\rho_p \cdot \cos(A_p) = H_{(A)} - R_c \cdot \sin\left(C - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\rho_p \cdot \sin(A_p) = R_c \cdot \cos\left(C - \frac{\pi}{2}\right) - E$$

$$\rho_p \cdot \cos(A_p) = H_{(A)} + R_c \cdot \cos(C)$$

$$\rho_p \cdot \sin(A_p) = R_c \cdot \sin(C) - E \quad (17)$$

Derivando la segunda de ellas respecto al ángulo de giro de la leva, A :

$$\rho_p \cdot \frac{dA_p}{dA} \cdot \cos(A_p) = R_c \cdot \frac{dC}{dA} \cdot \cos(C)$$

y puesto que $\frac{dC}{dA} = 1$:

$$\rho_p \cdot A'_p \cdot \cos(A_p) = R_c \cdot \cos(C)$$

que sustituida en la primera de las (17):

$$\begin{aligned} \rho_p \cdot \cos(A_p) &= H_{(A)} + \rho_p \cdot A'_p \cdot \cos(A_p) \\ \rho_p \cdot \cos(A_p) \cdot [1 - A'_p] &= H_{(A)} \\ \rho_p &= \frac{H_{(A)} \cdot \sec(A_p)}{1 - A'_p} \quad (18) \end{aligned}$$

El cálculo de A'_p se realizará derivando la expresión (13), de donde se obtiene:

$$A'_p = \frac{f''_{(A)} - f'_{(A)} \cdot \operatorname{tg}(A_p)}{1 + \sec^2(A_p)}$$

Por lo tanto el valor del radio de curvatura de la curva primitiva se calculará por medio de la expresión (18), mientras que para calcular el radio de curvatura del perfil de la leva se utilizará:

$$\rho = \rho_p - R_s \quad (19)$$

4.2.4- Radio del círculo primitivo.

Una de las decisiones iniciales de diseño es la elección del radio del círculo primitivo. Este valor controla el tamaño de la leva, y por lo tanto, es razonable elegirlo pequeño para ahorrar material y reducir el espacio requerido por la leva. Pero, por otra parte, un valor demasiado pequeño de R_{po} puede tener dos efectos negativos:

- 1.- El ángulo de presión puede ser muy grande.
- 2.- Las tensiones de contacto pueden alcanzar valores inadmisibles, ya que el estado de tensiones depende del radio del rodillo del seguidor y del radio de curvatura del perfil de la leva, y este último depende del radio de curvatura de la curva primitiva y del rodillo

4.2.5- Radio del rodillo del seguidor.

Hay dos consideraciones que restringen el radio del rodillo.

- 1.- Su efecto sobre las tensiones de contacto.
- 2.- La respuesta cinemática en el punto del perfil de la leva de mínimo radio de curvatura.

La primera consideración hace deseable incrementar el radio para así disminuir los valores de las tensiones de Hertz. La segunda consideración limita el valor máximo en relación al mínimo radio de curvatura del perfil de la leva.

Una vez elegido un valor para el radio del círculo primitivo y conocida la función de desplazamiento, la curva primitiva está completamente definida (se deja su demostración como ejercicio para el alumno). El perfil de leva puede definirse entonces como la curva interna a la curva primitiva sobre la que desliza el rodillo con su centro (el punto de trazo) moviéndose a lo largo de la curva primitiva, tal y como se muestra en la figura 17 en la que se han representado tres diferentes valores para el radio del rodillo del seguidor.

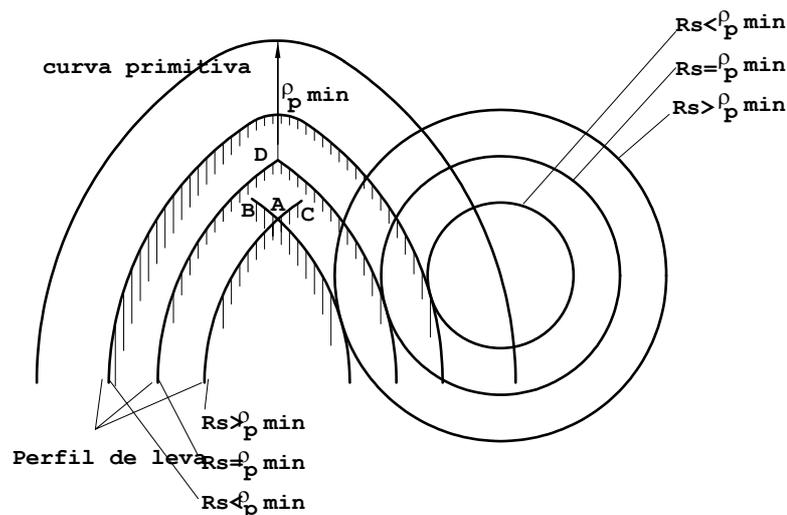


Fig-17. Influencia del radio del rodillo del seguidor en el perfil de la leva.

El menor valor de R_s ($R_s < \rho_{p \text{ min}}$) es aceptable ya que el perfil obtenido es suave y, aparentemente, cinemáticamente aceptable. Considerando ahora el mayor radio, para soportar el rodillo del seguidor a medida que el punto de trazo se aproxima al punto D (centro de curvatura del mínimo radio de curvatura) es necesaria la superficie AB. Una vez que este punto ha sido pasado, el rodillo debe apoyarse en la superficie CA. Esto supone una contradicción, ya que físicamente no puede obtenerse una leva con este tipo de perfil. El valor límite del radio del rodillo del seguidor está representado también en la figura 17, en la que se ve que existe un valor de este radio ($R_s = \rho_{p \text{ min}}$) para el cual es posible construir el perfil de leva pero obteniendo un punto anguloso.

De la discusión anterior se deduce que para que el perfil de leva sea continuo y derivable (continuidad en la tangente) el radio del rodillo del seguidor debe ser siempre menor que el radio de curvatura mínimo de la curva primitiva:

$$R_s < \rho_{p\text{mín.}}$$

4.3- Diseño de levas con seguidor de rotación de cara plana.

En este caso, a diferencia de los anteriores, la respuesta requerida del seguidor es un movimiento angular. La función de desplazamiento $f(A)$ describe una variación angular del seguidor en función del ángulo girado por la leva. En el análisis que se realizará a continuación, se supondrá conocida la función de desplazamiento así como las dimensiones C_1 , C_2 y C_3 .

Igual que en los casos anteriores, la leva gira respecto de un punto fijo O , y su rotación se mide a través del ángulo A que forma la vertical (siempre estacionaria) con la línea de referencia del cuerpo OM que gira solidariamente con la leva.

A medida que la leva gira, el seguidor se mueve cumpliendo la siguiente relación:

$$B(A) = B_o + f(A) \quad (20)$$

4.3.1- Localización del punto de contacto.

Según se aprecia en la figura 18, el punto de contacto queda localizado por la distancia D .

Para un contacto permanente, y sin penetración, entre la leva y el seguidor, las componentes de la velocidad sobre la línea de contacto de la leva y el seguidor, deben ser iguales. Para el punto de contacto del seguidor, la componente de su velocidad sobre la línea de contacto es:

$$V_s = \dot{B}_{(A)} \cdot D$$

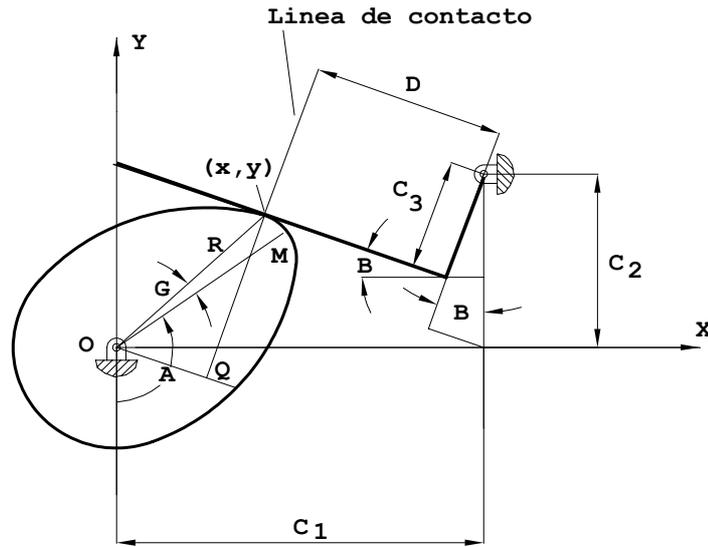


Fig-18. Localización del punto de contacto en una leva con seguidor de rotación de cara plana.

Para el punto de contacto de la leva se obtiene:

$$V_L = \dot{A} \cdot \overline{OQ}$$

Igualando ambas ecuaciones:

$$\dot{B}_{(A)} \cdot D = \dot{A} \cdot \overline{OQ} \quad (21)$$

Para calcular $\dot{B}_{(A)}$, derivando la expresión (20) respecto al tiempo:

$$\begin{aligned} \frac{dB_{(A)}}{dt} &= \dot{B}_{(A)} = \frac{dB_{(A)}}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} \\ \dot{B}_{(A)} &= \frac{d[B_o + f_{(A)}]}{dA} \cdot \dot{A} \end{aligned}$$

Puesto que B_o es la posición angular inicial de la leva, que es independiente de A :

$$\dot{B}_{(A)} = \frac{df_{(A)}}{dA} \cdot \dot{A} = f'_{(A)} \cdot \dot{A}$$

luego la ecuación (21) quedará:

$$\begin{aligned} f'_{(A)} \cdot \dot{A} \cdot D &= \dot{A} \cdot \overline{OQ} \\ f'_{(A)} \cdot D &= \overline{OQ} \end{aligned} \quad (22)$$

Por otra parte:

$$C_1 \cdot \cos B = \overline{OQ} + D + C_2 \cdot \operatorname{sen} B$$

$$\overline{OQ} = C_1 \cdot \cos B - D - C_2 \cdot \operatorname{sen} B$$

que sustituyendo en la ecuación (22):

$$f'_{(A)} = C_1 \cdot \cos B - D - C_2 \cdot \operatorname{sen} B$$

$$D \cdot [1 + f'_{(A)}] = C_1 \cdot \cos B - C_2 \cdot \operatorname{sen} B$$

$$D = \frac{C_1 \cdot \cos B - C_2 \cdot \operatorname{sen} B}{1 + f'_{(A)}} \quad (23)$$

Con lo que queda determinado el punto de contacto para cualquier valor del ángulo de rotación de la leva A .

4.3.2- Perfil de leva.

Una vez conocida la distancia D , el valor de las coordenadas cartesianas del punto de contacto (x,y) viene dado por:

$$x = C_1 - C_3 \cdot \operatorname{sen} B - D \cdot \cos B$$

$$y = C_2 - C_3 \cdot \cos B + D \cdot \operatorname{sen} B$$

El cálculo del perfil de la leva se hará refiriéndolo a las coordenadas polares (R,G) , medidas a partir de la línea de referencia del cuerpo. Luego a través de la expresión:

$$G + A - \frac{\pi}{2} = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Se podrá calcular la expresión del ángulo G para cualquier valor del ángulo girado por la leva, A :

$$G = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) - A + \frac{\pi}{2}$$

y la coordenada radial será

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\begin{aligned}
R_C \cdot \frac{dC}{dA} \cdot \text{sen}C - \rho \cdot \frac{dB}{dA} \cdot \text{sen}B - \frac{dD}{dA} \cdot \text{sen}B - D \cdot \frac{dB}{dA} \cdot \text{cos}B - C_3 \cdot \frac{dB}{dA} \cdot \text{sen}B &= 0 \\
R_C \cdot \text{sen}C - \rho \cdot B' \cdot \text{sen}B - D' \cdot \text{sen}B - D \cdot B' \cdot \text{cos}B - C_3 \cdot B' \cdot \text{sen}B &= 0 \\
R_C \cdot \text{sen}C &= \rho \cdot B' \cdot \text{sen}B + D' \cdot \text{sen}B + D \cdot B' \cdot \text{cos}B + C_3 \cdot B' \cdot \text{sen}B
\end{aligned}$$

Sustituyendo el valor hallado de $(R_C \text{ sen}C)$ en la primera de las ecuaciones (24):

$$\begin{aligned}
\rho \cdot B' \cdot \text{sen}B + D' \cdot \text{sen}B + D \cdot B' \cdot \text{cos}B + C_3 \cdot B' \cdot \text{sen}B + \rho \cdot \text{sen}B + D \cdot \text{cos}B + C_3 \cdot \text{sen}B - C_1 &= 0 \\
\rho \cdot \text{sen}B \cdot [1 + B'] + D' \cdot \text{sen}B + D \cdot B' \cdot \text{cos}B + C_3 \cdot B' \cdot \text{sen}B + D \cdot \text{cos}B + C_3 \cdot \text{sen}B - C_1 &= 0 \\
\rho \cdot [1 + B'] + D' + D \cdot B' \cdot \text{cotg} B + C_3 \cdot B' + D \cdot \text{cotg} B + C_3 - C_1 &= 0 \\
\rho \cdot [1 + B'] + (D \cdot \text{cotg} B + C_3) \cdot (1 + B') + D' - C_1 &= 0 \\
\rho + D \cdot \text{cotg} B + C_3 + \frac{D' - C_1}{1 + B'} &= 0 \\
\rho &= \frac{C_1 - D'}{1 + B'} - C_3 - D \cdot \text{cotg} B
\end{aligned}$$

Puesto que $B_{(A)} = B_O + f_{(A)}$, su derivada con respecto a A será:

$$\frac{dB_{(A)}}{dA} = B' = f'_{(A)}$$

Con lo que la expresión del radio de curvatura quedará:

$$\rho = \frac{C_1 - D'_{(A)}}{1 + f'_{(A)}} - C_3 - D \cdot \text{cotag}B \quad (25)$$

Para el cálculo de $D' = dD/dA$ se derivará la ecuación (23), obteniéndose como resultado:

$$D' = \frac{dD_{(A)}}{dA} = \frac{-f' \cdot (C_1 \cdot \text{sen}B - C_2 \cdot \text{cos}B) - D_{(A)} \cdot f''_{(A)}}{1 + f'_{(A)}}$$

Por lo tanto mediante la expresión (25) se podrá calcular el radio de curvatura de cualquier punto del perfil de leva.

4.4- Diseño de levas con seguidor de rotación de rodillo.

Este tipo de levas combinan una respuesta angular del seguidor con pequeño rozamiento y desgaste.

Para el diseño de este tipo de leva se supondrá conocida la función de desplazamiento así como las medidas C_1 , C_2 y C_3 mostradas en la figura 20.

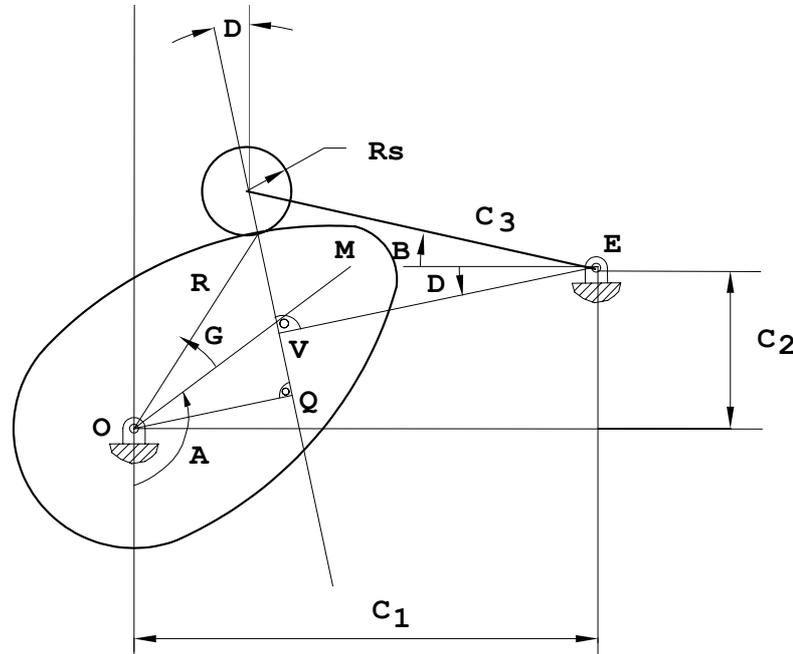


Fig-20. Leva con seguidor de rotación de rodillo

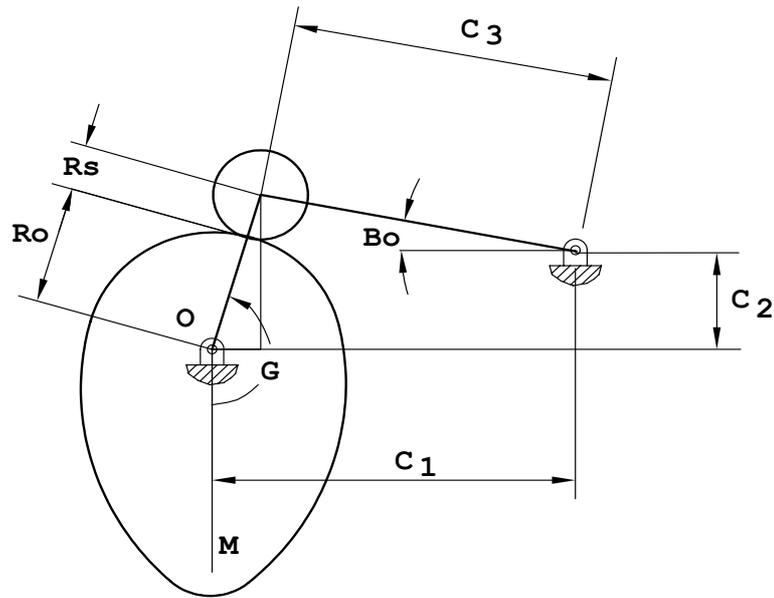
Tanto la leva como el brazo del seguidor giran alrededor de sendos puntos fijos. El ángulo de rotación de la leva, A , se mide, como en casos anteriores, a partir de la línea de referencia del cuerpo OM . La posición del seguidor queda definida por el ángulo B , medido como se indica en la figura 20, de forma que:

$$B_{(A)} = B_0 + f_{(A)}$$

Donde B_0 es la posición angular del seguidor cuando la rotación de la leva es cero ($A=0$).

Por otra parte, el valor de B_0 , del radio base, del radio del rodillo de seguidor y las dimensiones C_1 , C_2 y C_3 , están relacionadas, tal y como puede apreciarse en la figura 21, por medio de:

$$(R_0 + R_s)^2 = (C_1 - C_3 \cdot \cos B_0)^2 + (C_2 + C_3 \cdot \sen B_0)^2$$

Fig-21. Representación de la posición inicial ($A=0$).

4.4.1- Orientación de la línea de contacto.

Se introducirá el ángulo D para expresar la orientación de la línea de contacto. Dicho ángulo es el formado por la horizontal y la línea VE , trazada desde el punto E perpendicularmente a la línea de contacto.

Para el punto de contacto de la leva, la velocidad a lo largo de la línea de contacto es:

$$V_L = \dot{A} \cdot \overline{OQ}$$

Para la velocidad del punto de contacto del seguidor a lo largo de la línea de contacto, se obtendrá:

$$V_S = \dot{B} \cdot \overline{VE}$$

Puesto que para la existencia de contacto sin penetración, y sin despegue, estas velocidades deben de ser iguales:

$$\begin{aligned} \dot{A} \cdot \overline{OQ} &= \dot{B} \cdot \overline{VE} \\ \dot{A} \cdot \overline{OQ} &= \frac{dB_{(A)}}{dt} \cdot \overline{VE} \quad (26) \end{aligned}$$

Pero:

$$\frac{dB_{(A)}}{dt} = \frac{dB_{(A)}}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} = \frac{d(B_O + f_{(A)})}{dA} \cdot \dot{A} = f'_{(A)} \cdot \dot{A}$$

Con lo que la expresión (26) quedará:

$$\begin{aligned} \dot{A} \cdot \overline{OQ} &= \dot{A} \cdot f'_{(A)} \cdot \overline{VE} \\ \overline{OQ} &= f'_{(A)} \cdot \overline{VE} \end{aligned}$$

Puesto que la longitud \overline{VE} es:

$$\overline{VE} = C_3 \cdot \cos(B + D) = C_3 \cdot (\cos B \cdot \cos D - \text{sen} B \cdot \text{sen} D)$$

Y por otra parte, según se aprecia en la figura 22:

$$\overline{VE} + \overline{OQ} = C_1 \cdot \cos D + C_2 \cdot \text{sen} D$$

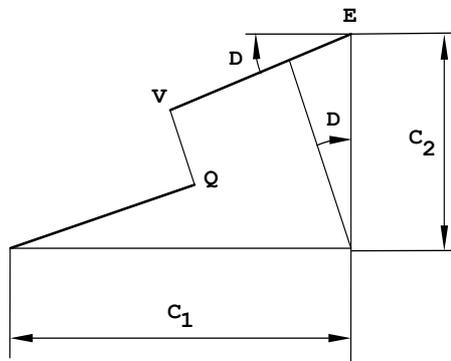


Fig-22. Relaciones entre dimensiones lineales.

Por tanto, se obtendrá el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \overline{OQ} &= f'_{(A)} \cdot \overline{VE} \\ \overline{VE} &= C_3 \cdot (\cos B \cdot \cos D - \text{sen} B \cdot \text{sen} D) \\ \overline{VE} + \overline{OQ} &= C_1 \cdot \cos D + C_2 \cdot \text{sen} D \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Donde OQ , VE y D son incógnitas.

Sustituyendo la primera y la segunda, en la tercera de las (27):

$$C_3 \cdot (\cos B \cdot \cos D - \operatorname{sen} B \cdot \operatorname{sen} D) \cdot (1 + f'_{(A)}) = C_1 \cdot \cos D + C_2 \cdot \operatorname{sen} D$$

Dividiendo ambos miembros entre $\cos D$:

$$C_3 \cdot (\cos B - \operatorname{sen} B \cdot \operatorname{tg} D) \cdot (1 + f'_{(A)}) = C_1 + C_2 \cdot \operatorname{tg} D$$

$$C_3 \cdot \cos B \cdot (1 + f'_{(A)}) - C_1 = \operatorname{tg} D \cdot [C_2 + C_3 \cdot \operatorname{sen} B \cdot (1 + f'_{(A)})]$$

De donde:

$$D = \operatorname{arctg} \frac{C_3 \cdot \cos B \cdot (1 + f'_{(A)}) - C_1}{[C_2 + C_3 \cdot \operatorname{sen} B \cdot (1 + f'_{(A)})]} \quad (28)$$

4.4.2- Perfil de leva.

Conocido el ángulo D y las coordenadas cartesianas (x, y) del punto de contacto pueden conocerse fácilmente puesto que, atendiendo a la figura 23:

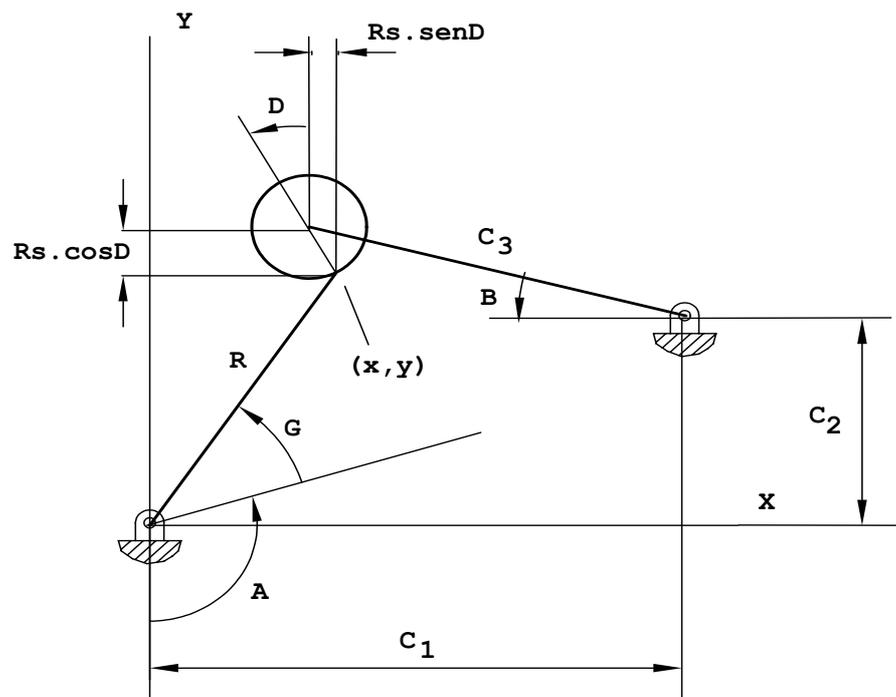


Fig-23. Coordenadas del punto de contacto.

$$x = C_1 - C_3 \cdot \cos B + R_s \cdot \sin D$$

$$y = C_2 + C_3 \cdot \sin B - R_s \cdot \cos D$$

La posición angular del punto de contacto referida a la línea de referencia del cuerpo se calculará a partir de:

$$G + A - \frac{\pi}{2} = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$$

despejando G :

$$G = \frac{\pi}{2} - A + \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \quad (29)$$

Y la posición radial se obtendrá por medio de:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (30)$$

Las ecuaciones (29) y (30) son las coordenadas polares del perfil de la leva en función de la variable A .

4.4.3- Radio de curvatura.

Como en los casos anteriores se supondrá, como se muestra en la figura 24, que el punto C^* es el centro de curvatura, situado sobre la línea de contacto a la distancia R_c del eje de rotación de la leva, a la distancia ρ del punto de contacto entre el rodillo del seguidor y la leva, y a la distancia ρ_p del eje del rodillo del seguidor.

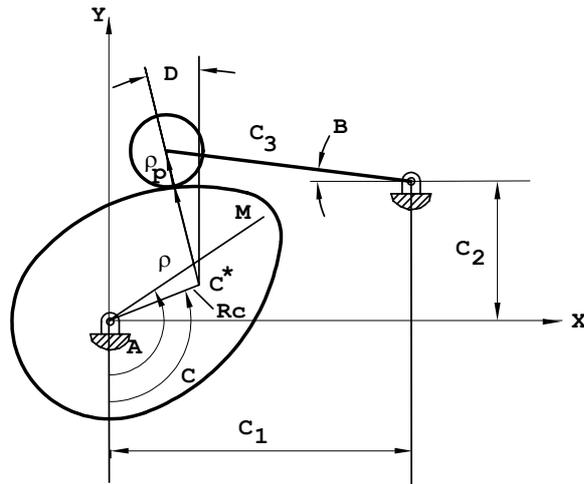


Fig-24. Centro de curvatura del perfil de leva.

Tanto el ángulo C , como el A se miden a partir de la vertical y , por otra parte, difieren como mucho en una constante, luego:

$$C = A + cte.$$

Que derivado respecto al ángulo de giro de la leva:

$$\frac{dC}{dA} = 1$$

Considerando ahora las ecuaciones de bucle (las proyecciones sobre los ejes coordenados):

$$R_C \cdot \cos\left(C - \frac{\pi}{2}\right) - \rho_p \cdot \text{sen}D + C_3 \cdot \cos B - C_1 = 0$$

$$R_C \cdot \text{sen}\left(C - \frac{\pi}{2}\right) + \rho_p \cdot \cos D - C_3 \cdot \text{sen}B - C_2 = 0$$

$$\begin{aligned} R_C \cdot \text{sen}C - \rho_p \cdot \text{sen}D + C_3 \cdot \cos B - C_1 &= 0 \\ -R_C \cdot \cos C + \rho_p \cdot \cos D - C_3 \cdot \text{sen}B - C_2 &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Sistema formado por dos ecuaciones con tres incógnitas: a saber R_C , C y ρ_p . Derivando la primera ecuación de las (31):

$$R_C \cdot \frac{dC}{dA} \cdot \cos C - \rho_p \cdot \frac{dD}{dA} \cdot \cos D - C_3 \cdot \frac{dB}{dA} \cdot \text{sen}B = 0$$

puesto que $dC/dA=1$ y $dB/dA=d(Bo+f_{(A)})/dA=df_{(A)}/dA=f'_{(A)}$, la anterior ecuación quedará:

$$R_C \cdot \cos C = \rho_P \cdot D' \cdot \cos D + C_3 \cdot f'_{(A)} \operatorname{sen} B \quad (32)$$

Puesto que D es conocido, según la fórmula (28):

$$D = \operatorname{arctg} \left[\frac{C_3 \cdot \cos B \cdot (1 + f'_{(A)}) - C_1}{C_2 + C_3 \cdot \operatorname{sen} B \cdot (1 + f'_{(A)})} \right]$$

también puede calcularse su derivada D' .

Por lo tanto, sustituyendo la (32) en la segunda de las (31):

$$\begin{aligned} \rho_P \cdot \cos D - C_3 \cdot \operatorname{sen} B - C_2 &= \rho_P \cdot D' \cdot \cos D + C_3 \cdot f'_{(A)} \operatorname{sen} B \\ \rho_P \cdot \cos D \cdot (1 - D') &= C_2 + C_3 \cdot \operatorname{sen} B \cdot (1 + f'_{(A)}) \\ \rho_P &= \frac{C_2 + C_3 \cdot \operatorname{sen} B \cdot (1 + f'_{(A)})}{\cos D \cdot (1 - D')} \quad (33) \end{aligned}$$

Que es la expresión del radio de curvatura del perfil primitivo, por lo tanto, el perfil de la leva será:

$$\rho = \rho_P - R_S \quad (34)$$

4.4.4- Radio del círculo base.

Las consideraciones para la elección del radio del círculo base son las mismas que se expusieron para levas con seguidor de traslación de rodillo:

1.- El radio de curvatura mínimo de la curva primitiva debe ser mayor que el radio del rodillo del seguidor:

$$\rho_P > R_S$$

2.- Las tensiones alcanzadas deben ser aceptables.

Además debe de ser tenida en cuenta la ecuación que se obtuvo al principio de este apartado donde se relacionaron los valores de B_0 , R_0 , R_S , C_1 , C_2 y C_3 .

BIBLIOGRAFIA:

Título: TEORIA DE MAQUINAS Y MECANISMOS.

Autor: Joseph E. Shigley.

Editorial: McGraw-Hill.

Título: MECHANICS OF MACHINES.

Autor: Samuel Doughty.

Editorial: John Wiley & Sons.

Título: KINEMATICS AND DYNAMICS OF MACHINES.

Autor: Geroge H. Martin.

Editorial: McGraw Hill.

Título: MECANICA DE MAQUINAS.

Autor: Ham, Crame, Rogers.

Editorial: McGraw-Hill.

Título: CINEMATICA Y DINAMICA DE MAQUINAS.

Autor: A. de Lamadrid.

Editorial: Sección de Publicaciones ETSII de Madrid.