Cálculo Estocástico

Profesor: Joaquín Fontbona

Auxiliares: Héctor Olivero y Julio Backhoff

1. Sea M una martingala local continua. Muestre que los intervalos de constancia de M y de $< M >$ coinciden; es decir, que ω-cs:
$$M_t(\omega) = M_a(\omega) \ , \forall a \leq t \leq b \Leftrightarrow < M >_b = < M >_a$$
2. Pruebe que una martingala local continua M (nula en 0) converge c.s. cuando t tiende a infinito en el conjunto $\{< M >_\infty < \infty\}$
3. Sea B un movimiento Browniano y X una variable aleatoria positiva e independiente de B.
Sea $M_t = B_{tX}$ y $\mathcal{F}_t^M$ la filtración continua a la derecha y completa más pequeña tal que M es adaptado a ella.
Pruebe que M es una martingala local continua adaptada a $\mathcal{F}_t^M$, encuentre $< M >$ y concluya que M es martingala si y solo si $\mathbb{E}(\sqrt{X}) < \infty$.