

AUXILIAR 6: ECUACIONES DE LA FÍSICA MATEMÁTICA

PROFESOR : SALOMÉ MARTINEZ

AUXILIARES : ADOLFO HENRÍQUEZ & EMILIO VILCHES
15 de Octubre

Problema 1 (Transformada de Fourier de la función de Heaviside).

1. Sea $\alpha > 0$. Calcular el límite en $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ de la distribución $\frac{1}{x+i\alpha\varepsilon}$ cuando $\varepsilon \rightarrow 0^+$.
2. Determinar la transformada de Fourier de la función $H(x)e^{-\lambda x}$, donde $\lambda > 0$ y H es la función de Heaviside.
3. Deducir la transformada de Fourier de H .
4. Encontrar la transformada de Fourier de $\text{vp}(1/x)$.

Problema 2.

1. Demostrar que la distribución asociada a la función e^t no es temperada.
Indicación: Considere $\tau_a\varphi$ donde $\varphi \in \mathcal{D}]-1, 1[$ y $\varphi \geq 0$.
2. Sea (a_k) una sucesión de números complejos y $T = \sum_{k \in \mathbb{N}} a_k \delta_k \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$. Mostrar que $T \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$ si y sólo si existe $p \geq 1$ y $C \geq 0$ tal que $|a_k| \leq C(1+k)^p$.
Indicación: Considere $\tau_a\varphi$ donde $\varphi \in \mathcal{D}]-1, 1[$ y $\varphi(0) = 1$.

Problema 3.

Demuestre que, en $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$, se tiene

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} e^{i\lambda x} \text{vp}(1/x) = i\pi\delta_0.$$

1. Directamente.
2. Usando transformada de Fourier.