

AUXILIAR 1: ECUACIONES DE LA FÍSICA MATEMÁTICA

PROFESOR : SALOMÉ MARTINEZ

AUXILIARES : ADOLFO HENRÍQUEZ & EMILIO VILCHES

6 de Agosto

Métodos de las características

Problema 1.

Resolver la siguiente EDP usando el método de las características:

$$\begin{aligned}u_t + au_x &= u^2 \quad t > 0 \\ u(x, 0) &= \cos(x)\end{aligned}$$

Problema 2. 1. Escribir las ecuaciones características para la EDP

$$u_t + b \cdot Du = f \quad \text{en } \mathbb{R}^n \times (0, \infty), \quad (\star)$$

donde $b \in \mathbb{R}^n$, $f = f(x, t)$.

2. Resuelva (\star) sujeto a la condición inicial

$$u = g \quad \text{sobre } \mathbb{R}^n \times \{t = 0\}.$$

Problema 3.

Decimos que una función es homogénea de grado α si:

$$u(\lambda x) = \lambda^\alpha u(x) \quad \lambda > 0$$

Consideremos en $\Omega = \mathbb{R}^{N-1} \times \{x_N > 1\}$ el problema:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N x_k u_{x_k} = \alpha u & \text{en } \Omega \\ u(x_1, \dots, x_{N-1}, 1) = h(x) \end{cases}$$

1. Resolver usando el método de las características.

2. Pruebe que si $\alpha < 0$ la solución es homogénea de grado α y por lo tanto no acotada en ninguna vecindad del origen.

Problema 4.

Resolver en $\Omega = B_2(0, 1)$:

$$\begin{cases} u_x^2 + u_y^2 = 1 & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega \end{cases}$$