Pauta P2 C2: Optimización

Profesor : Alejandro Jofré
Auxiliares : Nicolás Hernández & Emilio Vilches
24 de noviembre de 2009

Parte 1.
Como la función es C^∞ para encontrar el óptimo derivamos y verificamos condición de segundo orden.

$$\nabla f(x,y) = \begin{bmatrix} 2(x-1)+4y \\ 4x+4y^3 \end{bmatrix}$$

$$Hf(x,y) = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 12y^2 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto los mínimos locales de f son tales que:

$$x = -y^3$$

$$y^3 - 2y + 1 = 0$$

$$24y^2 - 16 \geq 0$$

Por ejemplo

$$x = -1$$

$$y = 1$$

Factorizando la ecuación para y obtenemos :

$$(y-1)(y^2+y-1) = 0$$

Luego las soluciones son solamente

$$y = 1$$

$$y = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$

y sus respectivos valores de x, puesto que

$$y = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

no cumple la condición de segundo orden.

Parte 2.
Método del gradiente :

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k)$$

y en este caso $\alpha = 1$

Método de Newton :

$$x_{k+1} = x_k - Hf(x_k)^{-1}\nabla f(x_k)$$

Luego,

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -30 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} -6 \\ -30 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -134 \\ -108024 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 128 \\ 107994 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 128 \\ 107994 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 1{,}3 \cdot 10^{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 432230 \\ 5{,}03 \cdot 10^{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2{,}88 \cdot 10^5 \\ 0{,}36 \cdot 10^5 \end{bmatrix}$$

Se observa claramente que no se cumplen las condiciones de óptimo, es decir Newton no converge en una iteración dado que el problema no es cuadrático (importante). Además el método del gradiente tampoco converge a algún óptimo (no tan importante).