

AUXILIAR 3: OPTIMIZACIÓN

PROFESOR : ALEJANDRO JOFRÉ

AUXILIARES : NICOLÁS HERNÁNDEZ & EMILIO VILCHES

21 de Agosto

1. Problemas

Problema 1.

La utilidad u asociada a la apertura a la bolsa de SONDA depende de manera directa solamente de cierto factor de riesgo x_1 , con valores entre 0 y 1 (0 = riesgo nulo y 1 = riesgo máximo), que se medirá a su entrada al mercado bursátil. Esta dependencia viene dada por el siguiente polinomio:

$$u(x_1) = -x_1^3 + 2x_1^2 - x_1 + 3$$

A su vez, este factor de riesgo depende del porcentaje de acciones x_2 que SONDA no ingrese al mercado bursátil al momento de su apertura, de esta forma x_2 es también un valor entre 0 y 1. Esta relación viene dada por la siguiente igualdad:

$$x_1 = x_1^2 + x_2^2$$

Para efectos del problema supondremos que los inversionistas de SONDA tienen control sobre ambas variables antes descritas.

1. Formule el problema de maximización de utilidades asociada a la apertura bursátil de SONDA usando programación no lineal. Justifique que las restricciones $x_1, x_2 \in [0, 1]$ pueden ser omitidas de la anterior formulación.
2. Usando las simplificaciones anteriores y las condiciones de KKT, encuentre las configuraciones (x_1, x_2) candidatas a solución del problema. Usando el valor de la función utilidad u en estos puntos, muestre que los candidatos a ser óptimos globales del problema corresponden a situaciones donde el total de las acciones ingresa al mercado bursátil.
3. Demuestre que estos candidatos son efectivamente óptimos.

Problema 2.

Considere los siguientes problemas no lineales:

$$\min f_\alpha(x_1, x_2) = x_1^2 + \alpha x_2^2 + x_1 x_2 + x_1$$

Sujeto a

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

Donde $\alpha \in \mathbb{R}$ es un parámetro del problema que determina la familia.

1. Muestre que el problema (P_α) es convexo solamente para valores $\alpha \geq \frac{1}{4}$.
2. Para este rango de valores de α , resuelva (P_α) usando las condiciones de KKT. Justifique que los candidatos son efectivamente mínimos de (P_α) . ¿Son mínimos globales o locales?
3. ¿Qué sucede con los mínimos globales en el caso $\alpha < \frac{1}{4}$?