Auxiliar 9
Métodos de Estimación y Estimadores

Problema 1 Considere $(X_1, \dots, X_n)$ una M.A.S. de la distribución Potencia(α, θ), donde la función de densidad esta dada por

$$f_X(x|\alpha, \theta) = \frac{\alpha + 1}{\theta^{\alpha+1}} x^\alpha \mathbb{1}_{[0, \theta]}(x)$$

con $\alpha > -1$ conocido y $\theta > 0$ desconocido.

- (a) Encontrar el estimador de máxima verosimilitud $\hat{\theta}_V$ de θ .
- (b) Calcule las funciones de distribución y densidad de $\hat{\theta}_V$ y verifique que tiene distribución de Potencia.
- (c) Calcule sesgo y varianza, y verifique consistencia de $\hat{\theta}_V$
- (d) Si $\alpha = 4$, $n = 5$ y $X_1 = 2,75$, $X_2 = 4,22$, $X_3 = 0,4$, $X_4 = 1,8$, $X_5 = 1,85$, ¿Cuanto vale el estimador?

Problema 2 Considere una M.A.S. $(X_1, \dots, X_n)$ de una población Gamma(α, β), con ambos parámetros desconocidos. Encuentre una expresión (o dé una ecuación) para los estimadores de momentos $(\hat{\alpha}_M, \hat{\beta}_M)$ y de máxima verosimilitud $(\hat{\alpha}_V, \hat{\beta}_V)$ de los parámetros (α, β) .

Problema 3 Se consideran dos variables normales $X \sim \mathcal{N}(2\mu, \sigma^2)$ e $Y \sim \mathcal{N}(\mu, 2\sigma^2)$. Se toman dos muestras aleatorias simples (independientes): una M.A.S. $(X_1, \dots, X_n)$ de X y una $(Y_1, \dots, Y_m)$ de Y . Se consideran todos los estimadores de μ de la forma

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^n a_i X_i + \sum_{j=1}^m b_j Y_j$$

- (a) Determine una condicion sobre los coeficientes a_i y b_j para que el estimador $\hat{\mu}$ sea insesgado.
- (b) Calcule la varianza de $\hat{\mu}$, y formule un problema de optimización para el estimador $\hat{\mu}$ insesgado y de mínima varianza.
- (c) Si sabe optimización, resuelva el problema anterior y encuentre el estimador de minima varianza.