| | | |
|---|---|---|
| **UChile** | **Probabilidades y Estadística** | **Felipe Celery** |
| **FCFM** | **MA3403-4** | **Victor Riquelme** |
| **DIM** | **Prim'09** | |

Clase Auxiliar 4

**P1** Se tiene un mazo de $2N$ cartas, donde hay un par de cada numero (desde 1 hasta $N$). Si se extraen $m$ cartas del mazo, ¿Cual es el numero esperado de pares que quedan en el mazo?

**P2** Una barra de largo 1 tiene un extremo fijo en el origen y el ángulo que forma con respecto al eje $x$ sigue una ley uniforme en $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Encuentre la distribución de la proyeccion del extremo movil en el eje $y$ y calcule su densidad.

**P3** Sea $\mathbf{e} \sim Exp(\lambda)$

**(a)** Calcular $\mathbb{E}(\mathbf{e})$

**(b)** Calcule $\mathbb{P}(\mathbf{e} > t)$

**(c)** Sean $s, t \geq 0$. Demuestre que $\mathbb{P}(\mathbf{e} > t + s | e > t) = \mathbb{P}(\mathbf{e} > s)$ (esto se conoce como la *propiedad de falta de memoria de la exponencial*).

**(d)** Sean $\mathbf{e_1} \sim Exp(\lambda_1)$, $\mathbf{e_2} \sim Exp(\lambda_2)$ varaibles aleatorias independientes. Calcule $\mathbb{P}(\mathbf{e_1} < \mathbf{e_2})$

**(e)** Suponga que tiene dos caballos de carrera que en completar una carrera se demoran tiempos exponenciales $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$. Calcule el número esperado de la primera vez que el caballo 1 le gana al caballo 2.

**P4** Demuestre que la varianza de una variable aleatoria distribuida $Poisson(\lambda)$ es $\lambda$.

**P5** Suponga que usted es un mendigo que pide dinero en la esquina de Blanco Encalada con Beauchef. Suponga que por su lado pasan personas a una tasa $\lambda[personas/hora]$, y de forma independiente con probabilidad $p \in (0, 1)$ cada persona decide si darle o no una limosna. Suponga que la cantidad donada se distribuye exponencial de parametro $\mu[persona/\$]$, e independiente de todo lo demás.

**(a)** Calcule la cantidad esperada de limosna recibida en una hora. (Puede usar que si $M$ es una variable aleatoria a valores en $\mathbb{N}$, entonces $\mathbb{E}(X) = \sum_{m=0}^{\infty} \mathbb{E}(X|M = m)\mathbb{P}(M = m)$)

**(b)** Durante la hora que usted esta pidiendo limosna puede venir un guardia municipal (llega con probabilidad $\alpha$, y no llega con probabilidad $1 - \alpha$); y, dado que llega, llega con distribución uniforme en el lapso de la hora. Si dicho guardia llega en el instante $t$, le cobrará a usted por pedir en la calle una cantidad igual a $F(t)$.
Calcule el valor esperado del pago que tendra que hacer por mendigar.

**(c)** Calcule el valor esperado de las ganancias (considere $\lambda = 30, p = 0.5, \mu = 0.01, \alpha = 0.5, F(t) = \$4500(1 - t)^2$)