

Clase Auxiliar 3

**P1** Suponga que el número de errores tipográficos en cada página de un libro tiene una distribución de Poisson con parámetro  $\lambda = 1/2$

- (a) Calcule la probabilidad de que haya al menos un error en cierta página (la 144).
- (b) Calcule la probabilidad de que el número de errores en dicha página sea par.

**P2** Una urna contiene  $N$  bolas blancas y  $M$  bolas negras. Se extraen bolas al azar, una tras otra, hasta que una bola negra es sacada. Si cada bola es repuesta cada vez que se extrae y cada extracción es independiente de las otras,

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que se necesiten hacer exactamente  $n$  extracciones?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que se necesiten al menos  $k$  extracciones?
- (b) Consideremos ahora los experimentos: “Elegir  $k$  bolas de entre las  $M + N$  de la urna, reponerlas; parar la primera vez que se tienen exactamente  $m$  bolas negras de entre esas  $k$ ” ¿Cómo cambian los resultados en este caso?

**P3** Sean  $e_i \sim \text{Geom}(p_i)$  variables aleatorias independientes,  $i = 1, \dots, m$ . Demostrar que la variable aleatoria  $e = \min_{i=1 \dots m} e_i$  tiene ley geométrica, con algún parámetro  $p \in (0, 1)$ .

*Observacion* Estas variables pueden ser vistas como tiempos aleatorios discretos (ejemplo: el tiempo que se demoran los caballos en una carrera, en segundos), y el mínimo sería el tiempo más chico (el del caballo ganador).

**P4** En el caso del problema anterior, con  $m = 2$ , ¿cuál es la probabilidad de que  $e_1$  ocurra antes que  $e_2$ ?

**P5** Dos estudiantes compiten por un premio. La competencia consiste en contestar  $D$  preguntas. Se hace una pregunta (a cada estudiante), y el estudiante que no sepa resolverla queda eliminado inmediatamente. Para cada pregunta, el estudiante  $i$  tiene probabilidad  $q_i$  de no contestarla bien (e independiente de las otras preguntas). **Si un estudiante  $i$  logra terminar toda la prueba**, el tiempo que transcurre para terminarla se distribuye como una variable geométrica de parámetro  $\lambda_i$  (e independiente de los tiempos de los otros jugadores, e independiente de las probabilidades de contestar bien las preguntas **condicional** a que terminó la prueba). Gana el estudiante que termina la prueba en menor tiempo.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante  $i$  termine la prueba? ¿Cuál es la probabilidad de que conteste al menos  $k$  preguntas bien?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad, **dado que ambos estudiantes terminaron la prueba**, de que el estudiante 1 sea el ganador?
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante 1 sea el ganador?