

Enunciado Clase Auxiliar 2

- P1** Dos cajas contienen fósforos buenos y fósforos malos. Suponga que la primera caja contiene  $n_1$  fósforos buenos y  $n_2$  fósforos malos, y la segunda caja contiene  $m_1$  fósforos buenos y  $m_2$  fósforos malos. Se elige una caja al azar, y de esa caja elegida se elige un fósforo al azar. Calcule la probabilidad de que el fósforo elegido sea bueno.
- P2** En cierta ciudad, el 30% de la población es conservadora, el 50% es liberal y el 20% es independiente. Los registros electorales muestran que en cierta elección votó el 65% de los conservadores, el 82% de los liberales y el 50% de los independientes. Si se elige una persona al azar y se sabe que no votó en la elección, ¿Cual es la probabilidad de que sea liberal?
- P3** Suponga que tiene una caja con dos bolas, las cuales fueron pintadas independientemente, de color blanco con probabilidad  $1/2$  y negro con probabilidad  $1/2$ .
- (a) Si se sabe que al interior de la caja hay una bola blanca, ¿Cual es la probabilidad de que ambas bolas sean blancas?
- (b) Si se saca una bola de la caja y se ve que es blanca, ¿Cual es la probabilidad de que ambas bolas sean blancas?
- (c) ¿Como cambian los resultados si ambas bolas son pintadas independientemente, pero una es blanca con probabilidad  $p_1$  y la otra es blanca con probabilidad  $p_2$  (con  $p_1, p_2 \in [0, 1]$ ) ?
- P4** En cierto concurso participan  $k$  personas de la siguiente manera: se escoge al azar un numero entre 1 y  $n_1$ , que si la primera persona lo adivina gana; si no, se escoge un numero al azar entre 1 y  $n_2$  que si la segunda persona lo adivina gana; así sucesivamente, finalizando el juego cuando gana una de las personas o pierde la  $k$ -ésima. Los numeros  $\{n_1, \dots, n_k\}$  estan fijos y son conocidos en el juego. Considere para cada  $i \in \{1, \dots, k\}$  el suceso definido por  $G_i =$  "Gana la persona  $i$ ".
- (a) ¿Qué valor asignaría un buen modelo probabilístico a las probabilidades condicionales
- $$\mathbb{P}(G_{i+1} | G_i^c \cap \dots \cap G_1^c)$$
- para  $i \in \{1, \dots, k-1\}$ ?
- (b) ¿Que relación deben verificar los naturales  $n_1, \dots, n_k$  de forma tal que todos los concursantes tengan igual probabilidad de ganar?
- (c) ¿Como escogería  $n_1, \dots, n_k$  de modo que todos los concursantes tengan igual probabilidad de ganar, pero siempre haya un ganador?