

Control 3 - Probabilidades y Estadística - Otoño 2009

Profesor: Fernando Lema
Auxiliares: Víctor Carmi - Abelino Jiménez

Pregunta 1.

a.- (1.5 puntos) Sean $X_1 \sim N(1, 4)$ y $X_2 \sim N(1, 4)$ independientes. Calcule $P(|X_1 - 2X_2| > 1)$

b.- (1.5 puntos) Sean $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$. Determine C tal que $P(X_1 > C) = P(X_2 < C)$. Analice los casos $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ y $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \rightarrow 0$

c.- (3 puntos) Una estación de servicio ha recopilado la siguiente información para un día cualquiera: la cantidad de automovilistas que llegará a poner bencina es de 300, la cantidad de bencina que pone un automovilista es una v.a. con densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{40} - \frac{2x}{40^2} & 0 < x < 40 \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Calcule la probabilidad de que la estación de servicio venda en un día cualquiera más de 4500 litros de bencina.

Pregunta 2.

a.- (3 puntos) Sea X una v.a. con distribución Poisson de parámetro λ .

Determine el E.M.V. de λ y a partir de él construya un intervalo de confianza para λ con confianza $(1 - \alpha)$, considerando n grande.

b.- (3 puntos) Se desea estudiar la variable

X : número de vehículos por hora que cruzan con luz roja un determinado semáforo.

X se puede modelar por una distribución de Poisson de parámetro λ .

Para estimar λ , un estudiante decide tomar una muestra de tamaño $n = 2$ y usar $\hat{\lambda} = \frac{X_1 + X_2}{2}$.

Otro estudiante (un poco más flojo) recibe la información "parece que λ podría ser 1", por lo que decide usar $\hat{\lambda} = 1$. En términos del Error Cuadrático Medio, determine cuando un estimador es preferible al otro.

Pregunta 3.

a.- (3 puntos) Una reciente encuesta de orden político entrega, entre otros, los siguientes datos:

De 1.000 personas, el 26% votaría por M. Henriquez y el 22% por E. Frei.

Evalue intervalos de confianza del 95% para la proporción que vota por M. Henriquez y la proporción que vota por E. Frei.

¿Cuál es el máximo nivel de confianza para el cual los intervalos de confianza no se topan?

¿Qué puede concluir si como mínimo usted trabaja con una confianza del 90%?

b.- (3 puntos) Se dice que $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ converge a C en media cuadrática si:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}((X_n - C)^2) = 0$$

Sean $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ tales que

• $\mathbb{P}(X_n = \frac{1}{n}) = 1 - \frac{1}{n^2}$

• $\mathbb{P}(X_n = n) = \frac{1}{n^2}$

¿Existe C tal que X_n converge a C en probabilidad? ¿Existe C tal que X_n converge a C en media cuadrática?

Tiempo: 3 horas.