

Control 2 - Probabilidades y Estadística - Otoño 2009

Profesor: Fernando Lema
Auxiliares: Víctor Carmi - Abelino Jiménez

Pregunta 1.

a.- Para un experimento médico se dispone de 4 animales que pueden recibir sólo una dosis de droga. El experimento consiste en inyectar la droga a los animales deteniéndose cuando dá positivo (+) o cuando se acaban los animales. Suponga que un animal dé positivo (+) con probabilidad $p = 0,3$ y considere X la v.a. que denota el número de animales inyectados.

i) (2 puntos) Determine la distribución de probabilidades de X y calcule $E(X)$ y $V(X)$

ii) (1 punto) Otro experimentador dispone también de 4 animales y realiza el mismo procedimiento, independiente del otro. ¿Cuál es la probabilidad de que los experimentadores utilicen un distinto número de animales?

b.- El experimento se modifica y ahora se inyecta la droga simultaneamente a los 4 animales.

i) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos dos animales positivos?

ii) (2 puntos) El tiempo en que un animal elimina totalmente los efectos de la droga (y queda “normal”) es una v.a. con densidad $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ $x > 0$.

Determine la función densidad de la variable “tiempo para que todos los animales eliminen el efecto de la droga”.

Pregunta 2.

a.- (2 puntos) Considere el vector discreto (X, Y) con distribución de probabilidades:

| | | | |
|-----------------|-----|------|------|
| $X \setminus Y$ | 0 | 1 | 2 |
| 0 | k | k | $2k$ |
| 1 | k | $2k$ | $3k$ |

Calcule numéricamente $E(Y|X = 1)$

b.- (2 puntos) Considere el experimento que consiste en lanzar n veces una moneda. Se denomina “run” a una secuencia maximal de caras consecutivas. Por ejemplo, la secuencia $cssccccscscscs$ tiene 5 runs. Demuestre que el número esperado de runs es $\frac{1}{2} + \frac{n-1}{4}$.

Ind: Note X_i a la v.a. que determina si en la i -ésima posición comienza un run.

c.- (2 puntos) En gran población de alumnos las notas son una v. a. con densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{24} & 1 \leq x \leq 7 \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Los alumnos con nota menor a 2 son eliminados, las notas entre 2 y 6 son amplificadas un 10% y aquellas mayores a 6 son transformadas en 7.

Calcule la esperanza de la variable: “notas modificadas del grupo de alumnos no eliminados”. ¿Qué tipo de variable es la anterior?

Pregunta 3.

En un juego de video se generan rectángulos (celdas) con dimensiones X e Y variables aleatorias independientes. Suponga que X e Y tiene distribución uniforme en $[0, 1]$.

Si A y P son el área y el perímetro del rectángulo:

- a.- (2 puntos) Usando propiedades de esperanza y varianza calcule $E(P)$, $V(P)$, $E(A)$, $V(A)$.
- b.- (2 puntos) Calcule la probabilidad de obtener un rectángulo con área mayor a 0,5 si se sabe que su perímetro es menor a 3. Deje las integrales planteadas.
- c.- (2 puntos) Determine usando el teorema de cambio de variable la función densidad de A .

Tiempo: 3 horas.