Auxiliar N°3. Análisis Combinatorio y Axiomas de Probabilidades

Probabilidades y Estadística - MA3403 - Primavera 2009
Profesor: Fernando Lema
Auxiliares: Abelino Jiménez - Benjamín Palacios

RESUMEN.

Independencia A y B son independientes si

$$\mathbb{P}(A \mid B) = \mathbb{P}(A) \Longleftrightarrow \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$$

Propiedades

(1) $\emptyset$ y Ω son independiente a todo evento.

(2) A y B independientes $\Rightarrow$ A y B^C independientes

(3) A independiente a $A \Rightarrow \mathbb{P}(A) = 1 \vee \mathbb{P}(A) = 0$

Independencia de a pares

$A_1, ..., A_n$ independientes de a pares, si verifican

$$\mathbb{P}(A_i \cap A_j) = \mathbb{P}(A_i) \cdot \mathbb{P}(A_j) \quad \forall i \neq j$$

Independencia entre sí

$A_1, ..., A_n$ independientes entre sí, si verifican

$$\mathbb{P}(\bigcap_{l=1} A_{i_l}) = \prod_{l=1}^{k} \mathbb{P}(A_{i_l})$$

$$\forall 1 \leq i_1 < ... < i_k \leq n$$

$(A_n : n \in \mathbb{N})$ son independientes entre sí, si $\forall I \subset \mathbb{N}$, I finito, se tiene que $(A_n : n \in I)$ independiente entre sí.

EJERCICIOS.

1.- Muestre que si A y B son indepentiendes, entonces A^C y B^C lo son.

2.- Muestre un contraejemplo en donde se pueda apreciar que la independencia de a pares no implica la independencia entre sí.

3.- Una máquina impresora puede imprimir n "letras", digamos $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$. Esta máquina es operada por impulsos eléctricos y cada letra es producida por un impulso diferente. Supóngase que exista una probabilidad constante p de imprimir la letra correcta y también suponga independencia. Uno de los n impulsos, escogido al azar, alimentó la máquina dos veces y las dos veces se imprimió la letra α_1. Calcule la probabilidad de que el impulso escogido estuviese proyectado para imprimir α_1.

4.- Se sabe que el género de un futuro hijo está determinado con una probabilidad 0,5 de que sea varón y 0,5 de que sea mujer. Si una familia tiene n hijos (en el sentido general), y se sabe que al menos uno de ellos es mujer. Calcule la probabilidad de que la familia tenga al menos un hijo varón dado el conocimiento anterior.