

Auxiliar N°2. Probabilidad Condicional

Probabilidades y Estadística - MA3403 - Primavera 2009

Profesor: Fernando Lema

Auxiliares: Abelino Jiménez - Benjamín Palacios

RESUMEN.

Definición.

Sean A, B eventos. La probabilidad de A condicionado por B está dada por

$$\mathbb{P}(A | B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

Propiedades.

- (1) Sea $A \subseteq B$, entonces

$$\mathbb{P}(A | B) = \frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} \quad \mathbb{P}(B | A) = 1$$

- (2) Fórmula de Bayes.

$$\mathbb{P}(B | A) = \frac{\mathbb{P}(A | B) \cdot \mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)}$$

- (3) Probabilidades Totales

Sea Ω un espacio muestral y $\{A_1, A_2, \dots\}$ una partición de Ω , entonces

$$\mathbb{P}(A) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{P}(A | A_n) \cdot \mathbb{P}(A_n)$$

- (4) Multiplicación de Probabilidades

Si A_1, A_2, \dots, A_n son eventos, entonces

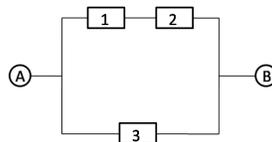
$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1) \cdot \left(\prod_{i=2}^n \mathbb{P}(A_i | A_1 \cap \dots \cap A_{i-1}) \right) = \mathbb{P}(A_n) \cdot \left(\prod_{i=1}^{n-1} \mathbb{P}(A_i | A_{i+1} \cap \dots \cap A_n) \right)$$

EJERCICIOS.

1.- Cada una de las urna 1, urna 2, ... urna n contiene α esferas blancas y β esferas negras. Se pasa una esfera de la urna 1 a la urna 2 y luego se pasa una de la urna 2 a la urna 3, etc. Finalmente, se escoge una esfera de la urna n . Si la primera esfera que se pasó era blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que la última esfera elegida sea blanca? ¿Qué sucede cuando $n \rightarrow \infty$?

HINT: sea $P_n = \mathbb{P}(n - \text{ésima esfera pasada sea blanca})$ y exprese P_n en función de P_{n-1} .

2.- Considere que en el circuito de la figura las componentes 1, 2 y 3 tienen una probabilidad p de funcionar, es decir, $1 - p$ de fallar, y lo hacen de forma independiente.



- Calcule la probabilidad que exista flujo de A a B.
- Calcule la probabilidad de que 1 esté bueno, sabiendo que hay flujo.

Pendiente.- Una urna contiene 30 bolas rojas, 30 blancas y 30 azules. Se sacan 10 bolas sin reposición. Calcule la probabilidad de que al menos un color no salga.

Pendiente.- En un campeonato de tenis participan 2^n jugadores, de entre los cuales se encuentra Fernando González y Nicolás Massú. Si para definir los partidos de la primera ronda, se hicieron parejas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que los chilenos tengan que jugar entre ellos en primera ronda?