MA3401-1: Probabilidades
Universidad de Chile — Profesor Joaquín Fontbona T.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas — P. Aux. Héctor Olivero Q.
Departamento de Ingeniería Matemática — Semestre Primavera, 2009

INDICACIONES GUIA 1: COMBINATIORIA

1. Indicaciones

2. Considere un grupo de n personas en el que una es especial (ej: Ud.). Cuente el número de maneras de escoger de entre ellas n_1 para hacer un tarea dada, n_2 para hacer otra, etc, considerando cuál tarea que se le asignó a la persona especial.
3. Suponga primero que el comité se elige decidiendo sucesivamente: el número de integrantes, quienes son los integrantes, y cuál de los integrantes preside. Después, suponga que primero se elige al presidente y luego todos los restantes miembros de una sola vez.
4. Sean $y_1, y_2, ...y_n \geq 0$ el número de veces que se deriva con respecto a $x_1, x_,..., x_n$, respectivamente y note que se satisface $y_1 + y_2 + ... + y_n = r$.
5. Recuerde que para contar con bolitas el número de soluciones enteras no negativas de $x_1+x_2+...x_r = n$ se escogieron $m-1$ "bolitas marcadoras" entre $n+m-1$ bolitas, para distinguir cuando empezaba cada grupo de x_i bolitas (salvo el primero, que empieza siempre a la izquierda de la lista). Note que ahora además se necesita decidir, "cuántas de las n bolitas sacadas" dejamos afuera del conteo, y suponga que estas siempre se eligen entre las "del final" de la lista.
6. *b)* Siente primero a Fulanito y Menganito juntos y cuente.
   c) Simple principio multiplicativo (y aditivo?).
   d) Convierta las 5 mujeres en un solo ente "indisoluble" (pero no "inordenable").
7. $\frac{(N+1)(N+2)}{2}$. O mejor, $N(N+1) \times \frac{1}{2} + N + 1$.
8. Piense que al presidente del curso se le perdió la lista de ganadores asi que decide hacerlo al azar. Entonces pone en una caja papelitos con los nombres de cada alumno, y....
9. Note que el número de pasajeros que baja en el primer piso, + los que bajan en el segundo piso, + etc suman 8. Para la segunda parte, qué haría si conoce el número de formas en que se pueden bajar del ascensor los hombres, y el número de formas en que se pueden bajar del ascensor las mujeres?
10. Este si que queda propuesto.
11. Le puede servir la observación siguiente: si $x_1, x_2, ...x_r$ son enteros no negativos que suman n, y si $a_1, ..., a_r$ son enteros no negativos, entonces $x_1 + a_1, ..., x_r + a_r$ son enteros respectivamente mayores o iguales a $a_1, ...a_r$, y que suman $n + a_1 + ... + a_r$.
    También se puede hacer con bolitas, aunque es un poco más complicado.
12. "Distingamos" los factores, "colgando" un subindice (que no tiene sentido matemático pero que indica un orden en que se realizó la multiplicación):
    $$(x_1 + ...x_r)^n = (x_1 + ... + x_r)_1 \times (x_1 + ... + x_r)_2 \times .... \times (x_1 + ... + x_r)_n$$
    Notar que cuando se "expande el producto", cada término que se obtiene es el resultado de escoger UNO y solo UNO de los sumandos en el paréntesis $(\ )_1$ y multiplicarlo por UNO y solo UNO de los sumandos en el paréntesis $(\ )_2$, y mutiplicar eso por UNO y solo UNO de los sumandos en el paréntesis $(\ )_3$, y etc, lo que da un producto en el cuál la suma de los exponenentes es n.
    Ahora, qué hubo que hacer para obtener el producto $x_1^{n_1} x_2^{n_2} \cdots x_r^{n_r}$? Bueno, si se obtiene un término asíes porque se escogió en n_1 de los n "parentesis" el sumando x_1, en n_2 de los n "parentesis" el sumando x_2, etc.
    Esto puede ocurrir de cuántas formas? (Para más claridad, puede cambiar las palabras "paréntesis" por "posición" y "x_i" por "color i".)