Enunciado Clase Auxiliar 3

P1 Calcule el trabajo efectuado por el campo vectorial

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{x^2}{x^2 + y^2} \hat{i} + \frac{xy}{x^2 + y^2} \hat{j} + e^z \hat{k}$$

al recorrer en sentido antihorario la curva $\Gamma \subseteq \mathbb{R}^3$ definida por las ecuaciones $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z = 1/3$

P2 Sea el campo vectorial $\vec{F} = (y^2, z^2, x^2)$. Calcular $\oint_{\Gamma} \vec{F} d\vec{r}$, donde Γ es el triangulo de vertices $(0, 0, 0)$, $(0, a, 0)$ y $(0, 0, a)$ (con $a > 0$), recorridos en ese orden, y compruebe el teorema de Stokes.

P3 Considere el campo vectorial dado por $\vec{F} = \frac{1}{\rho} \hat{\rho} + e^{-\sin^2(\theta)} \hat{k}$.

- (a) Determinar el dominio de diferenciabilidad de $\vec{F}$ y probar que $div(\vec{F}) = 0$ en ese dominio.
- (b) Sea $\Sigma \subseteq \mathbb{R}^3$ la superficie dada por la porcion de casquete esferico $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que se encuentra entre los planos $z = \pm 1$ (sin considerar las tapas). Bosqueje la superficie Σ y calcule el flujo a traves de Σ orientada según la normal exterior

P4 Sea el campo vectorial $\vec{F}(r, \phi, \theta) = e^{-r^3} \hat{r} + r\theta \sin(\phi) \hat{\phi}$ (en coordenadas esfericas), y Γ la curva dada por las ecuaciones $x^2 + y^2 = 1$ y $z = 0$, orientada en sentido antihorario. Calcule el trabajo que ejerce $\vec{F}$ a lo largo de la curva Γ . ¿Es aplicable el teorema de Stokes?

P5 Considere el campo vectorial en $\mathbb{R}^2$ dado por

$$\vec{F}(x, y) = \left(2xy^2 \cos(x^2 y^2) + \frac{2x}{x^2 + y^2 + 1}, 2x^2 y \cos(x^2 y^2) + \frac{2y}{x^2 + y^2 + 1} \right)$$

Calcule el trabajo efectuado por dicho campo en alguna curva Γ simple, regular por tramos y cerrada; tambien sobre una curva Γ^* simple regular por tramos, que una al $(0, 0)$ con el $(5, 4)$