

AUXILIAR # 13

P1. Resolver la ecuación de Laplace en el disco de centro 0 y radio a , es decir, encontrar u tal que:

$$\Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

Con las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} |u(0, \theta)| &< \infty && \forall \theta \\ u(r, -\pi) &= u(r, \pi) && \forall r \\ \frac{\partial u}{\partial \theta}(r, \pi) &= \frac{\partial u}{\partial \theta}(r, -\pi) && \forall r \end{aligned}$$

y $u(a, \theta) = f(\theta)$, con $f \in \mathcal{C}^1([-\pi, \pi])$.

P2. Resuelva el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} y_{tt}(x, t) &= y_{xx}(x, t) - \cos(x) && x \in [0, 2\pi], t > 0 \\ y_t(x, 0) &= 0 && x \in [0, 2\pi] \\ y(0, t) &= 0 && t > 0 \\ y(2\pi, t) &= 0 && t > 0 \\ y(x, 0) &= 0 && x \in [0, 2\pi] \end{aligned}$$

Indicación: Considere soluciones del tipo $y(x, t) = Y(x, t) - h(x)$ para una función h adecuada.