AUXILIAR # 4

P1. Considere el campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = \big(6zy^2 + \cos(x^2), xz\sin(xz) + 2x^3, xy\sin(xy) - 2x^3\big)$ y sea Γ la curva dada por $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$ con

$$\Gamma_1 = \{(x,y,z)| \quad x^2 + z^2 = 1, y = 0, z \geq 0\}$$
$$\Gamma_2 = \{(x,y,z)| \quad x^2 + y^2 = 1, z = 0, y \geq 0\}$$

Calcula la integral de trabajo de $\vec{F}$ a lo largo de Γ.

P2. Sea $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ un abierto conexo, acotado, de frontera $S = \partial\Omega$ regular y orientable. Sean f y g funciones continuas conocidas. Demuestre que si u_1 y u_2 son funciones de clase C^2 tales que:

$$\begin{array}{rcll} \Delta u_i(x) & = & f(x) & \forall x \in \Omega, i = 1,2 \\ \nabla u_i \cdot \hat{n}(x) & = & g(x) & \forall x \in \partial\Omega, i = 1,2 \end{array}$$

Y, además, $\exists x_0 \in \Omega$ tal que $u_1(x_0) = u_2(x_0)$. Entonces $u_1(x) = u_2(x) \forall x \in \Omega$.

Indicación: Puede ser útil probar el siguiente resultado:

$$\iint_{\partial\Omega} \psi \nabla\phi \cdot \hat{n} dA = \iiint_{\Omega} \psi\Delta\phi + \nabla\psi\nabla\phi dV$$

P3. Sea $\vec{F}(x,y,z) = (6abz^3y - 20bx^3y^2, 6abxz^3 - 10bx^4y, 18abxyz^2)$. Pruebe que es conservativo y determine el potencial asociado.

P4. Dado $h > 0$, sea G la curva que se encuentra sobre la superficie definida por

$$x^2 + y^2 = \frac{z^2}{h^2}$$

de forma tal que la altura $z = z(\theta)$ satisface la ecuación diferencial:

$$\begin{array}{rcl} \dfrac{dz}{d\theta} & = & z \\ z(0) & = & h \end{array}$$

donde z y θ representan las coordenadas cilíndricas.

(a) Bosqueje la curva.
(b) Considere el campo vectorial

$$\vec{F}(x,y,z) = \left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z^2}\right).$$

Sea Γ_0 la restricción de Γ a $\theta \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$. Calcule el trabajo realizado por el campo $\vec{F}$ al desplazar una partícula a través de Γ_0.