MA2001 - Cálculo en Varias Variables.
Profesor: Jorge Amaya. **Auxiliares:** Franco Basso, Mauricio Fuentes.

Auxiliar 8

22 de Septiembre 2009.

$\boxed{\text{P1.}}$ Sea $\Omega = adh(B(0,1)) \subset \mathbb{R}^n$. Defina $f : \Omega \to \Omega$ función diferenciable en Ω. Suponga que $||\nabla f(x)|| \leq \rho$, $\forall x \in \Omega$ con $\rho \in (0,1)$. Demuestre que f tiene un unico punto fijo en Ω.

$\boxed{\text{P2.}}$ Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \sin y}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Estudie diferenciabilidad de f.

$\boxed{\text{P3.}}$ Considere la función $f(x,y) = cos(xy) + sin(xy)$. Justificar existencia y calcular el polinomio de taylor de orden 2 en torno al punto (0,0).

$\boxed{\text{P4.}}$ Considere $g, f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ tal que $g(x) = x^t Ax$, $f(x) = ||Ax - b||$ con A matriz de nxn y $b \in \mathbb{R}^n$ fijos.

a) Calcule $\nabla g(x)$.
b) Calcule $\nabla f(x)$ donde sea posible.
c) Demuestre que f es diferenciable.

$\boxed{\text{P5.}}$ Sea $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ una función convexa de clase C^1. Sea $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^n$ una sucesión acotada que satisface que:

$$\lim_{n\to\infty} \nabla f(x_n) = 0$$

Demuestre que $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} f(x)$.