MA1101-06 Semestre Primavera 2009
Profesor: Alejandro Maass **Auxiliar:** Sebastián Donoso & César Vigouroux

Auxiliar # 12

Miércoles 28 de octubre

P1. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encuentre matrices P invertible y D diagonal tales que $A = PDP^{-1}$

P2. Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 8 & -12 & -8 & 12 & -24 \\ 12 & -10 & -12 & -8 & 0 & 12 \\ 0 & 12 & -6 & 0 & 12 & -36 \\ 12 & -4 & -12 & -14 & 0 & 12 \\ 24 & 4 & -24 & -16 & 6 & -12 \\ 12 & -4 & -12 & -8 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Se sabe que A es diagonalizable y que sus valores propios son -6 y 6.

(i) Encuentre una base del subespacio propio asociado al valor propio -6 (esto es, una base de $\ker(A+6I)$ y determine la dimensión de los subespacios propios asociados a amnbos valores propios.

(ii) Encuentre una matriz diagonal D similar a A, es decir, tal que $A = PDP^{-1}$, con P invertible.

(iii) Encuentre el polinomio característico de A, es decir, $P_A(\lambda)$.

(iv) Justifique por qué A es invertible.

(v) Encuentre una matriz D' similar a A^{-1}.

P3.

a) Sean $A, B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$, con A invertible. Muestre que si λ es valor propio de AB, entonces λ es valor propio de BA.

b) Sea $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ una matriz diagonalizable y tal que $A^k = 0$ para cierto $k \in \mathbb{N}$. Encuentre A explícitamente (justifique).

c) Sean $A, B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ matrices diagonalizables y con igual base de vectores propios $\beta = \{v_1, \ldots, v_n\}$. Si $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ son los valores propios de A y $\mu_1, \ldots, \mu_n$ los de B, ie, $Av_i = \lambda_i v_i$ y $Bv_i = \mu_i v_i, \forall i \in \{1, \ldots, n\}$, encuentre los valores propios de $A^3 + 2B$.