Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Algebra Lineal 09-2

Clase Auxiliar # 11

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliares: Sebastián Donoso F. & César Vigouroux.

P1. Considere la matriz de 2×3 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y la transformación lineal:

$$\begin{aligned} T : M_{3x2}(\mathbb{R}) &\to M_{2x2}(\mathbb{R}) \\ x &\mapsto Ax \end{aligned}$$

(i) Determine la matriz representante de T con respecto a las bases canónicas.

(ii) Calcule el rango de T.

(iii) Sea B la base canónica de M_{3x2} y la base

$$B' = \{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\} \text{ de } M_{2x2}(\mathbb{R})$$

Calcule la matriz representante $M_{BB'}(T)$.

P2. (i) Determinar la matriz de cambio de base de $B = \{1, x, x^2, x^3\}$ a $B' = \{1 - x, 1 - x^2, 1 - x^3, x + x^2\}$ y utilizarla para obtener las coordenadas del polinomio $p(x) = 1 + x + x^2 + x^3$ relativas a B'.

(ii) Si $D = \frac{d}{dx}$ es el operador de derivación $D : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$, determine la matriz M representante de D con respecto a B'.

P3. Sea $P_3(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 3. Considere $L : M_{2x2}(\mathbb{R}) \to P_3(\mathbb{R})$ definida por:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \to a_{11} + a_{12}x + a_{22}x^2 + a_{21}x^3$$

(i) Muestre que L es un isomorfismo.

(ii) Determine la preimagen de $P_2(\mathbb{R})$.

(iii) Dadas las bases canónicas de $M_{2x2}(\mathbb{R})$ y $P_3(\mathbb{R})$. Dé la matriz representante de L con respecto a estas bases.

(iv) Dadas las bases:

$$B_1 = \{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\}$$
$$\text{y } B_2 = \{1, x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$$

determine la matriz representante de L con respecto a estas bases.(Use (iii) y matrices de cambio de base).