



CLASE AUXILIAR # 5

Profesor: Alejandro Maass

Auxiliares: Sebastián Donoso F. & César Vigouroux.

P1.

- (i) Considere los puntos $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Verifique que son puntos no colineales y encuentre la ecuación vectorial (o paramétrica) y cartesiana del plano π_1 que los contiene.

- (ii) Dadas las rectas L_1 y L_2 definidas por

$$L_1 : \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad L_2 : \begin{cases} 3x + y + 4 = 0 \\ z + 5 = 0 \end{cases}$$

Verifique que L_1 y L_2 son paralelas y distintas y encuentre la ecuación vectorial (o paramétrica) y cartesiana del plano π_2 que las contiene.

- (iii) Encuentre la ecuación vectorial de la recta L que se obtiene como la intersección de los planos π_1 y π_2 ($L = \pi_1 \cap \pi_2$)
- (iv) Encuentre el punto S de intersección de las rectas L_1 y L y verifique que S satisface la ecuación cartesiana del plano π_1 .

P2.

- (i) Sean $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ vectores no paralelos en $\mathbb{R}^2 \setminus \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. Es decir, $u \neq \lambda v$ para cada $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Probar que $\left\{ \tilde{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 / \tilde{x} \perp u, \tilde{x} \perp v \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

- (ii) Sean P y Q puntos distintos en $\mathbb{R}^3$.

Demuestre que el conjunto $\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{R}^3 : \|x - P\| = \|x - Q\|\}$ es un plano. Encuentre un punto que pertenezca a $\mathcal{A}$ y encuentre un vector normal al plano $\mathcal{A}$.

P3.

Sea $P = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ y Π_1 el plano que pasa por el origen y tiene directores $d_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $d_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (i) Calcule la proyección ortogonal P_0 de P sobre el plano Π_1 .
- (ii) Calcule la ecuación de la recta L que se obtiene como la intersección de Π_1 con el plano Π_2 de ecuación $x + 2y = 2$.
- (iii) Calcule la proyección ortogonal de P_0 sobre la recta L .
- (iv) Calcule la distancia de P a la recta L .