



PROBLEMAS ADICIONALES # 2

Profesor: Alejandro Maass

Auxiliares: Sebastián Donoso F. & César Vigouroux.

P1. En \mathbb{R}^3 considere los planos $\Pi_1 : x + y + z = 3$ y $\Pi_2 : \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(i) Encuentre la recta $L = \{x \in \mathbb{R}^3 / x = P + \lambda D, \lambda \in \mathbb{R}\}$ intersección de Π_1 y Π_2 .

(ii) Encuentre el plano Π que pasa por $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ y es perpendicular a L .

P2. En un punto $F(0, 0, 1)$ se ubica un foco luminoso que emite rayos de luz en forma radial. Los puntos $A(2, 0, 1)$, $B(0, 2, 0)$ y $C(1, 1, 3)$ definen una plancha triangular opaca que impide el paso de los rayos luminosos.

(i) Determine el área de la sombra que la plancha proyecta sobre una pantalla ubicada en el plano Π definido por: $x + y + z = 9$.

(ii) Como varía su respuesta si el foco se encuentra en el infinito y sus rayos luminosos inciden perpendicularmente sobre Π .

P3. Determine la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a la recta de ecuación:

$$L : \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

y que pasa por el punto $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$