Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Algebra Lineal 09-2

Clase Auxiliar # 4

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliares: Sebastián Donoso F. & César Vigouroux.

P1. Sea Π_1 el plano de ecuación $x+y+2z=1$, Π_2 el plano de ecuación $-x+y=2$ y L_1 la recta que pasa por el punto $P_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ y cuya dirección es $D_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

(i) Encuentre la ecuación de la recta L_2, que se obtiene como la intersección de los planos Π_1 y Π_2. Entregue un vector director de dicha recta.

(ii) Encuentre el punto P_2 de la intersección de la recta L_1 y Π_1.

(iii) Calcular el punto P_3 de intersección de L_2 con el plano perpendicular a L_2 que pasa por el punto P_2.

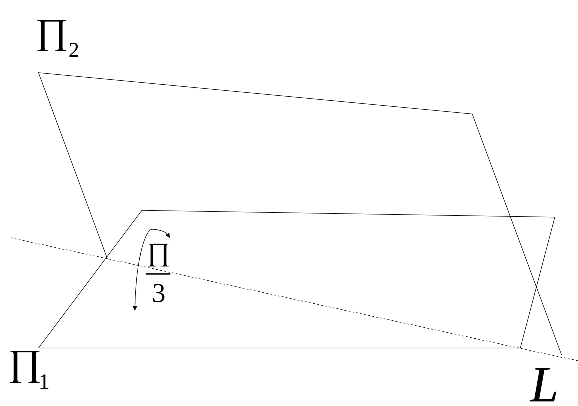
(iv) Encuentre la ecuación paramétrica o vectorial de la recta contenida en Π_2 que pasa por el punto P_3 y es perpendicular a L_2.

P2. Sea Π_1 el plano de $\mathbb{R}^3$ que pasa por $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ y L la recta en $\mathbb{R}^3$ definida por las ecuaciones $x=y$ y $2x=1-z$.

(a) Demuestre que $L \subseteq \Pi_1$.

(b) Encuentre el plano $\Pi_2 \in \mathbb{R}^3$ tal que $\Pi_1 \cap \Pi_2 = L$ y que el ángulo entre Π_1 y Π_2 sea $\frac{\Pi}{3}$.

Se adjunta la figura para graficar tal situación:



P3. (i) Dados $x, y \in \mathbb{R}^n$ se define el trazo entre x e y por $[x,y]$=$\{\lambda x + (1-\lambda)y / 0 \leq \lambda \leq 1\}$. Demuestre que si $\|x-y\| = \|x-z\| + \|z-y\|$ entonces $z \in [x,y]$. Interprete en $\mathbb{R}^2$. Sea el sistema lineal $Ax=b$. Suponga que x e y son solución del problema. Qué ocurre con $z \in [x,y]$?.

(ii) Pruebe que $\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$ $\forall x, y \in \mathbb{R}^n$(esta identidad se conoce como "identidad del paralelógramo").Interprete en $\mathbb{R}^2$.