MA1101 Semestre Primavera 2009
Profesor: Mauricio Telias **Auxiliar:** César Vigouroux

Auxiliar # 8

Lunes 5 de octubre

P1. Sea $\mathcal{P}_k$ el e.v. de los polinomios de grado menor o igual a $k \in (N)$ a coeficientes reales. Sea $D : \mathcal{P}_k \longmapsto \mathcal{P}_{k-1}$ definida por $D(p) = p'$, $\forall p \in \mathcal{P}_k$, donde p' es la derivada de p.

(i) Pruebe que D es una transformación lineal.

(ii) Encuentre una base de $\ker(D)$ y dé la dimensión de $\ker(D)$ (nulidad de D).

(iii) Encuentre una base de $Im(D)$ y dé la dimensión de $Im(D)$ (rango de D).

(iv) Estudie la inyectividad y epiyectividad de D.

P2. a) Sea $\mathcal{P}_k$ igual que en P1. Sea $L : \mathcal{P}_2 \longmapsto \mathcal{P}_4$ definida por:
$L(p)(x) = p(x)(x^2 + 1)$, $\forall p \in \mathcal{P}_2\ \forall x \in \mathbb{R}$.

(i) Pruebe que L es una transformación lineal.

(ii) Encuentre una base de $\ker(L)$ e $Im(L)$ y dé sus dimensiones.
Sea $V = Im(L)$.

(iii) Pruebe que $\mathcal{P}_1 \cap V = \{0\}$

(iv) Calcule $dim(\mathcal{P}_1 \oplus V)$ y deduzca que $\mathcal{P}_1 \oplus V = \mathcal{P}_4$

b) Sean U, V subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^n$. Pruebe que

$$(U + V)^\perp = U^\perp \cap V^\perp$$