Auxiliar 7: Álgebra Lineal

Profesor Auxiliar: Orlando Rivera Letelier
Lunes 21 de Septiembre de 2009

Recuerde que se denota por $\mathcal{P}_n$ el espacio vectorial de los polinomios a coeficientes en $\mathbb{R}$ de grado menor o igual a n. Este es un espacio vectorial de dimensión $n+1$, y una base de este espacio es $B_n = \left\{x^k /\ k \in \{0, 1, \ldots, n\}\right\}$.

P1. Considere el subespacio vectorial $U = \left\{p \in \mathcal{P}_3 \ /\ p(1) = p'(1) = 0\right\}$.

a) Encuentre una base de U y su dimensión.

b) Extienda la base anterior a una base de $\mathcal{P}_3$.

c) Considere ahora el subespacio vectorial $W = \left\{p \in \mathcal{P}_3 \ /\ p''(0) = 0\right\}$

- ***i)*** Encuentre una base de W y su dimensión.
- ***ii)*** Encuentre una base de $U \cap W$ y su dimensión.
- ***iii)*** Pruebe que $\mathcal{P}_3 = U + W$.

P2. Definimos:

$$W_1 = \left\{p \in \mathcal{P}_4 \ /\ p(1) + 2p(-1) = 0\right\}$$

$$W_2 = \left\{p \in \mathcal{P}_4 \ /\ p(x) = a + bx + cx^2 + bx^3 + ax^4, \quad \text{con } a, b, c \in \mathbb{R}\right\}$$

a) Pruebe que W_1 y W_2 son subespacios vectoriales de $\mathcal{P}_4$.

b) Encuentre una base de W_1 y W_2.

c) Encuentre una base de $W_1 \cap W_2$.

d) Calcule la dimensión de $W_1 + W_2$.