

Clase Auxiliar N°3

21 de Agosto de 2009

P1 Sean $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ y considere el siguiente sistema lineal de ecuaciones en las variables x_1, x_2, x_3

$$\begin{array}{rrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & = & \beta \\ 3x_1 & + & 4x_2 & + & \alpha x_3 & = & 1 \end{array}$$

- Determine los valores de α, β para los cuales el sistema tiene: (i) una única solución, (ii) ninguna solución y (iii) infinitas soluciones. Encuentre las soluciones en cada uno de los casos.
- Para $\alpha = 4$ encuentre la inversa de la matriz de coeficientes del sistema lineal anterior.

P2 Sean $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ y considere el siguiente sistema lineal de ecuaciones en las variables x_1, x_2, x_3, x_4

$$\begin{array}{rrrrcr} & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & & & - & \alpha x_3 & & = & 2 \\ 4x_1 & - & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 2\alpha x_4 & = & 2 + \alpha \\ -x_1 & & & + & \alpha x_3 & + & (\alpha + 1)x_4 & = & 2\beta + \alpha - 2 \end{array}$$

- Determine los valores de α, β para los cuales el sistema tiene: (i) una única solución, (ii) ninguna solución y (iii) infinitas soluciones. Encuentre las soluciones en cada uno de los casos.
- Para $\alpha = 1$ encuentre la inversa de la matriz de coeficientes del sistema lineal anterior.

P3 Encuentre la descomposición LU de $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \\ -1 & 7 & -1 \end{pmatrix}$

Recuerditos de Sistemas Lineales Generales

- No hay solución cuando en la matriz escalonada $\tilde{A}$ existe al menos una fila que tenga puros ceros y el coeficiente del lado derecho escalonado asociado sea $\tilde{b}_i \neq 0$.
- Si el sistema tiene solución y la matriz escalonada posee al menos un peldaño de largo mayor o igual a 2 entonces hay infinitas soluciones.
- Si el sistema es *cuadrado* es equivalente decir que “todos los pivotes de la matriz escalonada son no nulos” y que “el sistema tenga solución única para cualquier lado derecho”.