

**Ejercicio 12:**

Verifique si son reflejas/transitivas/simétricas/antisimétricas las siguientes relaciones en  $\mathbb{Z}$ :

- a)  $x \sim y \Leftrightarrow x \leq y + 5$
- b)  $x \sim y \Leftrightarrow x \leq y - 5$
- c)  $x \sim y \Leftrightarrow x = y^2$
- d)  $x \sim y \Leftrightarrow x + y$  es par
- e)  $x \sim y \Leftrightarrow x + y$  es impar
- f)  $x \sim y \Leftrightarrow xy$  es par

**Ejercicio 13:**

Considere las siguientes relaciones en  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .

- a)  $(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x \leq x' \wedge y \leq y'$
- b)  $(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x \leq x' \vee y \leq y'$
- c)  $(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x = x' \wedge y \leq y'$

¿Son relaciones de orden? En el caso que sí, ¿se trata de un orden parcial o de un orden total?

**Ejercicio 14:**

Considere la relación en  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  dado por

$$(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x + y' = x' + y.$$

- a) Demuestre que  $\sim$  es una relación de equivalencia.
- b) Determine las respectivas clases de equivalencia de  $(0, 0)$ , de  $(0, 1)$ , de  $(0, -1)$  y de  $(1, 0)$ . Dibuje estas clases.
- c) (ejercicio extra para los más ambiciosos) Intente demostrar que para todo  $n \in \mathbb{N}$  el conjunto cociente  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} / \sim$  tiene más que  $n$  elementos. Deduzca de eso que el conjunto cociente es infinito.