

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Auxiliar #14 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Leonardo Sánchez, Auxiliares: Gonzalo Contador, Mauro Escobar

P1. Determine la convergencia de las siguientes series

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{k+1}\right)^{k^2}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} k! \operatorname{sen}\left(\frac{1}{k!}\right)$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{1+k+k^2}\right)$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{a_k b_k}$ si se sabe que $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ y $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ convergen

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{k}$ si $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2$ es convergente

P2. Determine para que valores de α las siguientes series convergen

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^\alpha}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \alpha^{-\ln(n)}$

P3. Sea g una función continua y creciente en $[0, 1]$ tal que $g(0) = 0$.

Demuestre que $\sum_{k=1}^{\infty} g\left(\frac{1}{n}\right)$ converge si y sólo si la integral impropia $\int_0^1 \frac{g(x)}{x^2} dx$ converge.