

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Auxiliar #11 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Leonardo Sánchez, Auxiliares: Gonzalo Contador, Mauro Escobar

P1. Considere la curva parametrizada por

$$f(t) = (t\cos(t), t\sen(t), \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{\frac{3}{2}}), t \in (0, 2\pi)$$

- Calcule la parametrización de f en longitud de arco.
- Calcule la longitud de la curva descrita por f .
- Suponga ahora que la curva tiene una densidad de masa dada por $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2$. Calcule la masa total de la curva.

P2. En una esfera de radio R se perfora un orificio de radio r , cuyo centro coincide con el de la esfera. Calcule el volumen del sólido resultante

P3. Sea f una función dos veces diferenciable. Considere la curva definida para $t \in (0, 2\pi)$ por

$$r(t) = (\cos(t), \sen(t), f(t))$$

Muestre que la curvatura $k(t)$ está definida por

$$k(t) = \frac{\sqrt{1 + f'(t)^2 + f''(t)^2}}{(1 + f'(t)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

P4. Sea $\theta \in (0, 2\pi)$. Considere la curva parametrizada por la ecuación

$$r(\theta) = (\cos^3\theta, \sen^3\theta, 0)$$

- Calcule el vector tangente a esta curva, identificando los puntos donde no está definido.
- Calcule la longitud de la curva.