

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Auxiliar #3 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Leonardo Sánchez, Auxiliares: Gonzalo Contador, Mauro Escobar

P1. Utilizando la derivada de la función $f(x) = x^{2n}$, demuestre que

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$$

P2. Obtenga una expresión recursiva para la n -ésima derivada de la función $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

P3. Sea $a \in \mathbb{R}$ y $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua en a . Pruebe que $h(x) = (x-a)f(x)$ es diferenciable en a . ¿Se puede obtener esta derivada utilizando la “regla del producto”?

P4. Sea $h(x) = (tg(x) + sec(x))^m$. Muestre la identidad $h'(x) = msec(x)h(x)$

P5. Sean f y g derivables que cumplen:

- i) $g(x) = xf(x) + 1$
 - ii) $g(x+y) = g(x)g(y)$
 - iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
- Muestre que $g'(x) = g(x)$

P6. Calcule la primera y segunda derivada de las siguientes funciones

- a) $\arccos(\sqrt{1-x^2})$
- b) $e^{\alpha x} \cos(\beta x)$
- c) $\frac{e^x}{\operatorname{sen}(x)}$
- d) $x^2 \ln(\operatorname{sen}(x))$