MA1001, Auxiliar Extra Control 1
Introducción al Cálculo
25 de Agosto, 2009

Profesor : Raúl Uribe
Auxiliares: Benjamín Obando,Ramiro Villagra

1. Encuentre el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan del origen y de los puntos de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 + 4x = 0$.

2. Sea L la recta tangente a la parábola $y^2 = 4px$ por $P = (x_0, y_0)$. que corta al eje OY en B, a la directriz en C y la recta vertical por el foco F en A.
   a) Demostrar que $AF = CF$
   b) Demostrar que FB es perpendicular a L.

3. Sea A un punto que se mueve sobre de la parábola de ecuación $y^2 = 4px$ cuya proyección sobre el eje OY es B. Determinar el lugar geométrico de la intersección de las rectas que pasan por los puntos B y por el foco de la parábola y por el origen y el punto A.

4. Dada la parábola de ecuación $y^2 = 4p(x-p)$ con $p > 0$ determine los puntos P y Q,(P con cordenadas positivas) de ella, de modo que las rectas tangentes a la parábola que pasan por estos puntos pasen por el origen. Calcule la distancia de P a la tangente que pasa por Q.

5. Considere la elipse de ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. La recta $y = \frac{b}{a}x$ intersecta a la elpise en los puntos P y R (P con cordenadas positivas). Determinar el área del rectángulo insctrito en la elipse, que tiene como diagonal PR.

6. Sea la hipérbola H de ecuación $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ y un punto P cualquiera de ella. Considere el triangulo formado al intersectar las asintotas de H con la tangente a H que pasa por P.Demuestre que el area del triangulo es ab.

7. Considere la elipse de ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ y $P = (x_0, y_0)$ un punto de esta. Sea L_1 la recta que pasa por P y el origen, L_2 la recta que es tangente a la elipse en el punto P y es perpendicular a la recta L_3 que pasa por el punto Q que es la intersección de la recta L_1 con la directriz derecha de la elipse. Demuestre qeu la recta L_3 corta al eje OX en el foco derecho de la elipse.