MA1001, Auxiliar 3
Introducción al Cálculo
19 de Agosto, 2009

Profesor : Raúl Uribe
Auxiliares: Benjamín Obando,Ramiro Villagra

1. Para la circuferencia de ecuación $x^2 + y^2 = r^2$ $(r > 0)$ y el punto $P = (\alpha, 0)(\mid \alpha \mid > r)$ determinar las rectas tangentes que pasan por P.

2. Determine el lugar geométrico de todos los puntos tales que el cuociente entre la distancia al punto $Q = (1, 1)$ y la distancia a la recta de ecuación $x + 1 = 0$ sea igual a 1.

3. Hallar la ecuación del lugar geometrico de los puntos del plano tal que su distancia al punto $A = (1, 0)$ sea igual al triple de su distancia a la recta $x - 2 = 0$.

4. *a*) Sea L una recta no vertical de ecuación $y = mx + n$, sean A,B,Cy D cuatro puntos de ella y a_1,b_1,c_1y d_1, sus abscisas, respectivamente $(A = (a_1, a_2))$. Demostrar que
$$d(A, B) = d(C, D) \Leftrightarrow \mid a_1 - b_1 \mid = \mid c_1 - d_1 \mid$$
   b) 1) Determinar para qué valores de m,una recta L con pendiente m que pasa por el punto $(-1, 0)$ intersecta a la rama derecha de la hipérbola de ecuación $x^2 - y^2 = 1$
   2) Deducir que la interseccion ocurre en el punto $P = (\frac{1+m^2}{1-m^2}, \frac{2m}{1-m^2})$.

   c) Sea la recta L de ecuación $y = m(x+1)$,con $m \geq 0$ y tal que L intersecte a la rama derecha de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ en un punto P.
   1) Determinar el punto R de la interseccion de L con la recta de ecuación $y = -x$ y el punto S la intersección de L con la recta de ecuación $y = x$.
   2) Demostrar que $d((-1, 0), R) = d(S, P)$.

5. Considere la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = r^2$ con $r > 0$. Considere O como el origen del sistema de cordenadas.
   a) Si P es un punto de la circunferencia de cordenadas (x_0, y_0) y $x_0 \neq 0$. Encontrar la ecuación de la recta L que pasa por P y es perpendicular a $\overline{OP}$.
   b) Calcule las cordenadas del punto Q donde la recta L intersecta el eje OX en función de x_0 y de r.
   c) Encuentre la ecuación de la elipse centrada en O que tiene por directriz a la recta vertical por Q y por el foco al punto de cordenadas $(x_0, 0)$.