

MA1001, Auxiliar 1  
Introducción al Cálculo  
5 de Agosto, 2009  
Profesor : Raúl Uribe  
Auxiliares: Benjamín Obando, Ramiro Villagra

1. Axiomas de cuerpo

Demuestre las siguientes propiedades:

(a) Para todo  $a$  en los reales sin el 0:

$$(a^2)^{-1} = (a^{-1})^2$$

(b) Para todo  $a$  en los reales y  $b$  en los reales sin el 0:

$$(-a)b^{-1} = -(ab^{-1})$$

(c) Considere  $a$  y  $c$  en los reales y  $b$  y  $d$  en los reales sin el 0. Demuestre la implicancia :

$$a(b + d) = b(a + c) \Rightarrow ab^{-1} = cd^{-1}$$

(d) Para  $a$  y  $b$  en los reales sin el 0. Si  $(a + b) = 1$ . Entonces se tiene que:

$$(ab)^{-1} = (a^{-1} + b^{-1})$$

2. Axiomas de orden. Demostraciones con desigualdades.

Demuestre las siguientes proposiciones:

(a) Demuestre la siguiente desigualdad para todo  $x$  e  $y$  en los reales:

$$x^2 + xy + y^2 > 0$$

(b) Pruebe que si  $x^3 + x = y^3 + y \Rightarrow x = y$

(c) Pruebe que si  $a^2 + b^2 = 1$  y  $c^2 + d^2 = 1$ . Entonces  $ac + bd \leq 1$

(d) Si  $0 < a < 1$  y  $b > 1$ . Demuestre que:

$$ab + 1 < a + b$$

3. Inecuaciones.

Encuentre el conjunto solución de las siguientes inecuaciones:

(a)

$$\frac{3 - 2x}{x^2 - |2x - 3|} \leq 0$$

(b)

$$7 + |1 + x^2| \leq |x^2 + 3x| + x|x + 3| + x^2$$

(c)

$$|x^2 - x - 2| \leq \frac{2}{3}x + 2$$