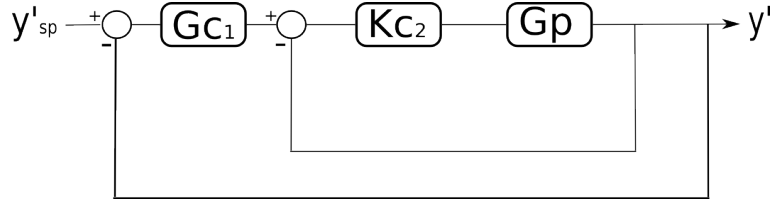


Pauta Pregunta 3 - Control 3 - IQ57A 0902

Jaime Campos Valenzuela



$$G_p(s) = \frac{s+1}{s-3}$$

a)

Loop interno:

$$G_{LC_2} = \frac{K_{C_2} G_P}{1 + K_{C_2} G_P}$$

Ecuación característica:

$$1 + K_{C_2} G_P = 0 \quad (1)$$

$$s - 3 + K_{C_2} (s + 1) = 0 \quad (2)$$

$$s - 3 + K_{C_2} s + K_{C_2} = 0 \quad (3)$$

$$s (K_{C_2} + 1) + (K_{C_2} - 3) = 0 \Rightarrow \quad (4)$$

$$s^* = \frac{3 - K_{C_2}}{1 + K_{C_2}} \quad (5)$$

El sistema es estable ssi $s^* < 0$ con lo cual:

$$3 - K_{C_2} < 0 \quad (6)$$

$$K_{C_2} > 3 \quad (7)$$

También se podía demostrar que $a_0 \wedge a_1 > 0$

b)

Con $K_{C_2} = 6$ y $G_{C_1} = K_{C_1} \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$

Loop externo:

$$G_{LC_1} = \frac{G_{C_1} G_{LC_2}}{1 + G_{C_1} G_{LC_2}}$$

Ecuación característica:

$$1 + G_{C_1} G_{LC_2} = 1 + \frac{K_{C_1} \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) K_{C_2} \frac{s+1}{s-3}}{1 + K_{C_2} \frac{s+1}{s-3}} \quad (8)$$

$$\frac{(s-3) + K_{C_2}(s+1)}{s-3} + K_{C_1} \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) K_{C_2} \frac{s+1}{s-3} = 0 \quad (9)$$

$$\tau_I s ((s-3) + K_{C_2}(s+1)) + K_{C_1} (\tau_I s + 1) K_{C_2} (s+1) = 0 \quad (10)$$

$$(\tau_I (K_{C_2} + 1) + K_{C_1} K_{C_2} \tau_I) s^2 + (\tau_I (K_{C_2} - 3) + K_{C_1} K_{C_2} (\tau_I + 1)) s + K_{C_2} K_{C_1} = 0 \quad (11)$$

$$(7\tau_I + 6K_{C_1} \tau_I) s^2 + (3\tau_I + 6K_{C_1} (\tau_I s + 1)) s + 6K_{C_1} = 0 \quad (12)$$

Así se tiene:

$$a_0 = 7\tau_I + 6K_{C_1} \tau_I > 0 \Rightarrow \tau_I > 0$$

$$\Rightarrow K_{C_1} > \frac{-7}{6}$$

$$a_1 = 3\tau_I + 6K_{C_1} (\tau_I s + 1) > 0 \Rightarrow K_{C_1} > \frac{-\tau_I}{2(\tau_I + 1)}$$

$$a_2 = 6K_{C_1} \Rightarrow K_{C_1} > 0$$

c)

Sea $\tau_I = 1$ y $K_{C_1} > \frac{-1}{4}$

Para el sistema feedback convencional se tiene que el controlador proporcional estabilizada el lazo abierto inestable, aplicando teorema del valor final:

$$\overline{y'}(s) = \frac{K_{C_2} G_p}{1 + K_{C_2} G_p} \overline{y'_{sp}}(s) \quad (13)$$

$$\overline{y'}(s) = \frac{6 \frac{s+1}{s-3}}{1 + 6 \frac{s+1}{s-3}} \overline{y'_{sp}}(s) \quad (14)$$

Con $\overline{y_{sp}'}(s) = \frac{1}{s}$ se tiene:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \overline{y'}(s) \cdot s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{6 (s+1)}{(s-3) (1 + 6 \frac{s+1}{s-3})} \frac{1}{s} s \quad (15)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \overline{y'}(s) \cdot s = 2 \quad (16)$$

El offset en este caso es:

$$\text{offset}_{feedback} = |\overline{y'_{sp}}(s) - \overline{y'_{\infty}}(s)|$$

$$\text{offset}_{feedback} = |1 - 2| = 1$$

Para el caso del sistema cascada se tiene:

$$\overline{y'}(s) = \frac{G_{C_1} G_{LC_2}}{1 + G_{C_1} G_{LC_2}} \overline{y'_{sp}}(s) \quad (17)$$

$$\overline{y'}(s) = \frac{\frac{K_{C_1} (1 + \frac{1}{\tau_I s}) K_{C_2} \frac{s+1}{s-3}}{1 + K_{C_2} \frac{s+1}{s-3}}}{1 + \frac{K_{C_1} (1 + \frac{1}{\tau_I s}) K_{C_2} \frac{s+1}{s-3}}{1 + K_{C_2} \frac{s+1}{s-3}}} \overline{y'_{sp}}(s) \quad (18)$$

Aplicando teorema del valor final y con $\overline{y_{sp}'}(s) = \frac{1}{s}$ se tiene:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \overline{y'}(s) \cdot s = \frac{6 K_{C_1} \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) (s+1)}{(s-3) \left(1 + 6 \frac{s+1}{s-3}\right) \left(1 + \frac{6 K_{C_1} \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) (s+1)}{(s-3) \left(1 + 6 \frac{s+1}{s-3}\right)}\right)} \frac{1}{s} s \quad (19)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \overline{y'}(s) \cdot s = \frac{6 K_{C_1} (\tau_I s + 1) (s+1)}{7 \tau_I s^2 + 3 \tau_I s + 6 K_{C_1} \tau_I s^2 + 6 K_{C_1} \tau_I s + 6 K_{C_1} s + 6 K_{C_1}} \quad (20)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \overline{y'}(s) \cdot s = 1 \quad (21)$$

El offset en este caso es:

$$\text{offset}_{cascada} = |\overline{y'_{sp}}(s) - \overline{y'_{\infty}}(s)|$$
$$\text{offset}_{cascada} = |1 - 1| = 0$$

Así se tiene que el control cascada logra eliminar el offset obtenido por el loop interno, esto por la acción integral del PI. Por ello se recomendaría utilizar el sistema cascada, pues según el enunciado offsets en la salida no son tolerables.