

Pauta P3- C1 - IQ57A

Jaime Campos V

7 de septiembre de 2009

a)

3pts

El modelo dinámico se obtiene del balance de masa del sistema:

$$\frac{dM}{dt} = -r_d \quad (1)$$

$$\frac{dV \cdot \rho}{dt} = -kAC_s \quad (2)$$

$$\rho \frac{d\pi r^2 h}{dt} = -k2\pi r h C_s \quad (3)$$

Considerando $h = cte$ se obtiene:

$$\rho \pi h \frac{dr^2}{dt} = -k2\pi r h C_s \quad (4)$$

$$\rho \pi h 2r \frac{dr}{dt} = -k2\pi r h C_s \quad (5)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{-kC_s}{\rho} \quad (6)$$

$$\int_{r_0}^r dr = \int_0^t \frac{-kC_s}{\rho} dt \quad (7)$$

$$r = \frac{-kC_s}{\rho} \cdot t + r_0 \quad (8)$$

$$r = r_0 - \frac{kC_s}{\rho} \cdot t \quad (9)$$

b)

1.5pts

Se busca t' tal que $r = 0.1 \cdot r_0$. Así:

$$t' = \rho \cdot \frac{0.1 \cdot r_0 - r_0}{-kC_s} = \rho \cdot \frac{0.9 \cdot r_0}{kC_s} = 1.2 \frac{0.9 \cdot 0.4}{0.016 \cdot \frac{500}{1000}} = 54 [min] \quad (10)$$

c)

1.5pts

La concentración de la droga en el cuerpo se define como $C = \frac{Masa_{droga\ inicial} - Masa_{droga}}{Volumen}$ lo cual en este caso es:

$$C = \frac{\rho \pi r_0^2 h - \rho \pi r^2 h}{4000 [ml]} = \frac{\rho \pi h}{4000 [ml]} \cdot (r_0^2 - r^2) \quad (11)$$

Reemplazando y simplificando lo obtenido en la ecuación 9 se llega a:

$$C(t) = \frac{\rho \pi h}{4000 [ml]} \cdot \left(r_0^2 - \left(r_0 - \frac{kC_s}{\rho} \cdot t \right)^2 \right) = \frac{\rho \pi h}{4000 [ml]} \cdot \left(2 \cdot r_0 \cdot t \cdot \frac{kC_s}{\rho} - \left(\frac{kC_s}{\rho} \cdot t \right)^2 \right) \quad (12)$$