IQ46B - Operaciones de Transferencia I **Septiembre 7, 2009**
Profesor: Tomás Vargas
Auxiliar: Melanie Colet

Tema N° 6: Radiación

PROBLEMA N° 1

Por una tubería de hierro de 1 in (D_i = 2.67 cm; D_o = 3.34 cm) circula vapor saturado a 150 °C y su coeficiente de condensación (h_i) vale 10000 $^{Kcal}/_{m^2\text{-h-°C}}$. A la temperatura media del tubo la conductividad del hierro (k) es 52 $^{Kcal}/_{m\text{-h-°C}}$ y su emisividad (ε) es 0.90. Si el ambiente está a 20 °C, calcule la cantidad de calor transmitido al exterior por metro de tubo.

Suponga que existe convección natural entre el tubo y el aire que lo rodea utilizando:

$$h_o = 1.1 \cdot \left(\frac{\Delta T_{wo}}{D_o} \right)^{0.25}$$

Repita los cálculos si se aísla la tubería con un material de 2 cm de espesor, de conductividad 0.09 $^{Kcal}/_{m\text{-h-°C}}$ y emisividad 0.70.

SOLUCIÓN PROBLEMA N° 1:

Expresando las resistencias a la transferencia de calor en términos de la superficie externa del tubo se tiene que:

$$R_{condensación} = \frac{1}{h_i \cdot \frac{D_i}{D_o}} = \frac{1}{10000 \cdot \frac{2.67}{3.34}} = 1.25 \cdot 10^{-4} \ \frac{\text{m}^2 \text{ - h-}^{\text{o}}\text{C}}{\text{kcal}}$$

$$R_{conducción} = \frac{\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)}{\frac{k}{D_o}} = \frac{\ln\left(\frac{3.34}{2.67}\right)}{\frac{52}{3.34 \cdot 10^{-2}}} = 1.43 \cdot 10^{-4} \ \frac{\text{m}^2 \text{ - h-}^{\text{o}}\text{C}}{\text{kcal}}$$

Para la convección en la pared externa (se considera que la pared externa está a la misma temperatura que el vapor dado que las resistencias calculadas anteriormente son bajas):

$$h_c = 1.1 \cdot \left(\frac{\Delta T_{wo}}{D_o} \right)^{0.25} = 1.1 \cdot \left(\frac{130}{3.34 \cdot 10^{-2}} \right)^{0.25} = 8.69 \ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ - h-}^{\text{o}}\text{C}}$$

Para la radicación en la pared externa:

$$h_r = \frac{\varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_{wo}^4 - T_o^4 \right)}{T_{wo} - T_o} = \frac{0.90 \cdot 4.92 \cdot 10^{-8} \cdot \left(423^4 - 293^4 \right)}{130} = 8.39 \ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ - h-}^{\text{o}}\text{C}}$$

Luego, $h_c + h_r$ = 17.08 kcal/ m^2-h-°C y entonces:

$$R_{conv-rad} = \frac{1}{17.08} = 585 \cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{m^2\ \text{-}\ h\text{-}^oC}}{\mathrm{kcal}}$$

Luego se tiene que:

$$Q_{total} = \frac{1}{\sum R_i} \cdot A_o \cdot \Delta T_{total} = \frac{1}{(1.25 + 1.43 + 585) \cdot 10^{-4}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3.34 \cdot 10^{-2} \cdot (150 - 20)$$

$$\boxed{Q_{total} = 464.23\ \frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{h}}}$$

En el caso de colocar el aislante, se hará el cálculo en forma iterativa suponiendo una temperatura para la cara externa del aislante, y con esta temperatura se calcula la cantidad de calor transmitido a través de él, que ha de ser igual a la transmitida por convección y radiación en el estado estacionario, si la temperatura supuesta ha sido correcta.

Como se aprecia en el cálculo anterior la resistencia a la transferencia de calor en las etapas de condensación y conducción del tubo son muy pequeñas respecto de la resistencia en las restantes etapas y serán despreciadas en este cálculo. Por lo tanto, se supone que la superficie interna del aislante esta a la temperatura de condensación del vapor, 150 °C.

Para el aislante: $A_m = \pi \cdot \dfrac{4 \cdot 10^{-2}}{\ln(7.34/3.34)} = 0.16\,\mathrm{m^2}$

$$R_{conducción} = \frac{\ln\left(\dfrac{D_o}{D_i}\right)}{\dfrac{k}{D_o}} = \frac{\ln\left(\dfrac{7.34}{3.34}\right)}{\dfrac{0.09}{7.34 \cdot 10^{-2}}} = 0.64\ \frac{\mathrm{m^2\ \text{-}\ h\text{-}^oC}}{\mathrm{kcal}}$$

Suponemos una temperatura en la superficie externa del aislante de 100 °C:

$$Q_{conducción} = \frac{A_o \cdot \Delta T}{R_{conduccion}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 7.34 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot (150 - 100)}{0.64} = 36\ \frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{h}}$$

$$h_{convección} = 1.1 \cdot \left(\frac{\Delta T_{wo}}{D_o}\right)^{0.25} = 1.1 \cdot \left(\frac{80}{7.34 \cdot 10^{-2}}\right)^{0.25} = 6.32\ \ \frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{m^2\ \text{-}\ h\text{-}^oC}}$$

$$h_{radiación} = \frac{\varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_{wo}^4 - T_o^4\right)}{T_{wo} - T_o} = \frac{0.70 \cdot 4.92 \cdot 10^{-8} \cdot \left(373^4 - 293^4\right)}{(373 - 293)} = 5.17\ \ \frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{m^2\ \text{-}\ h\text{-}^oC}}$$

$$Q_{conv+rad} = (6.32 + 5.17) \cdot 2 \cdot \pi \cdot 7.34 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot (100 - 20) = 423.92\ \frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{h}}$$

Como el calor obtenido para radiación-convección es mucho mayor la temperatura supuesta ha sido demasiado alta.

El valor correcto es **40.5 °C** y el calor transferido en estas condiciones es **78.9 Kcal/h**.

PROBLEMA N° 2

Un ingeniero astuto aprovechando sus conocimientos avanzados en transferencia de calor por radiación, se consigue un "pitutito" en la NASA. El trabajo consiste en determinar la temperatura que se establece en la superficie de una nave espacial producto de la radiación térmica solar. Para ello el ingeniero cuenta con la siguiente información: λ_{max} (radiación térmica solar) = 5 x 10^{-7} m; distancia nave-sol = 400 veces el radio del sol; emisividad del sol =1.0; absorbancia de la nave = 0.5 (ella actúa como cuerpo gris); área de transferencia de la nave = 10.0 m^2. Determine:

a) La temperatura de la superficie del sol utilizando la ley de Wien.
b) El calor emitido por el sol (en W) en función del radio solar.
c) La intensidad de la radiación solar en la distancia de la órbita de la nave.
d) La temperatura de la nave suponiendo que se encuentra en equilibrio térmico (Q neto = 0).

Como la densidad del espacio es bajísima, suponga que sólo existe transferencia de calor por radiación.

SOLUCION PROBLEMA N° 2:

a)

Utilizando la ley de Wien: $\mathrm{T}\,(\mathrm{K})\cdot\lambda_{\max}\,(m) \;=\; 2.884\cdot 10^{-3}\;\; K-m$

Si λ_{max} = 5 x 10^{-7} m, entonces se tiene que:

$$T(K)=\frac{2.884\cdot 10^{-3}}{5\cdot 10^{-7}} \;=\; 5768\,\mathrm{K}$$

b)

Se tiene que: $q=\sigma\cdot T^4 = 5.676\cdot 10^{-8}\;\dfrac{W}{m^2-K}\cdot(5768\;\;K)^4$

Luego, $q=62.83\cdot 10^6\;\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$

Si el área superficial del sol es $4\cdot\pi\cdot R_S^2$, entonces se tiene que:

$$Q=q\cdot A=62.83\cdot 10^6\cdot 4\cdot\pi\cdot R_S^2$$

$$Q=7.89\cdot 10^8\cdot R_S^2\;W$$

c)

La fuente de energía es la superficie del sol (una esfera de radio R_S) y este calor irradiado se distribuye uniformemente en el espacio que lo rodea. La intensidad de la radiación a una distancia *d* debe cumplir que:

$$Q = \int_S I \cdot dS$$

donde *I* es la intensidad de la radiación y *S* es la superficie irradiada. Como la intensidad de radiación es uniforme en coordenadas esféricas para una distancia dada, entonces se tiene que:

$$Q = I \cdot \int_S dS = I(d) \cdot Area(d)$$

donde *d* es la distancia desde el centro del sol.

Si: área(*d*) = $4 \cdot \pi \cdot d^2 = 4 \cdot \pi \cdot (R_S + 400 \cdot R_S)^2 = 4 \cdot \pi \cdot (401)^2 \cdot (R_S)^2$

$$I = \frac{Q}{Area} = \frac{7.89 \cdot 10^8 \cdot R_S{}^2}{4 \cdot \pi \cdot (401)^2 \cdot R_S{}^2}$$

$$I = 390.46 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

d)

Si se tiene que: Q_{neto} = calor recibido por radiación – calor irradiado

Calor recibido = $I \cdot A_{Nave} \cdot \alpha_{Nave}$

Calor Irradiado = $\varepsilon_{Nave} \cdot A_{Nave} \cdot \sigma \cdot T_{Nave}{}^4$

Como en el equilibrio el calor neto transferido es nulo entonces el calor recibido será igual al calor irradiado por la nave. Luego: $I \cdot A_{Nave} \cdot \alpha_{Nave} = \varepsilon_{Nave} \cdot A_{Nave} \cdot \sigma \cdot T^4$. Además, como la nave es un cuerpo gris en equilibrio térmico, se considera que: $\varepsilon_{Nave} = \alpha_{Nave}$, por lo que finalmente:$I = \sigma \cdot T^4$. Luego:

$$390.46 = 5.676 \cdot 10^{-8} \cdot T_{Nave}{}^4$$

$$T_{Nave} = \left(\frac{390.46}{5.676 \cdot 10^{-8}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$T_{Nave} = 288\,\mathrm{K}$$

PROBLEMA N° 3

Se coloca un horno industrial al interior de una habitación con paredes de acero. El horno se encuentra a 300 °C y posee una emisividad de 0.80. Las paredes son de acero pulido con emisividad 0.20 y se encuentran a temperatura ambiente (20 °C). Determine el calor perdido por radiación del horno a las paredes en estas condiciones. Si las paredes del recinto se oxidan aumentando su emisividad hasta 0.90 calcule el porcentaje de aumento en las pérdidas de calor por radiación. Suponga que ambos se comportan como cuerpos grises y poseen superficies paralelas muy grandes con relación a su distancia, siendo sus áreas idénticas e iguales a 50 m^2.

SOLUCIÓN PROBLEMA N° 3:

Para radiación entre paredes planas paralelas e infinitas (distancia entre ellas mucho mayor que longitudes características) se tiene:

$$Q = \frac{A \cdot \sigma \cdot (T_2^{\ 4} - T_1^{\ 4})}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

En este caso:
T_1 = 300 °C = 573 K
T_2 = 20 °C = 293 K
ε_1 = 0.80
ε_2 = 0.20

$$Q_i = \frac{50 \cdot 5.676 \cdot 10^{-8} \cdot (573^4 - 293^4)}{\dfrac{1}{0.80} + \dfrac{1}{0.20} - 1}$$

$$Q_i = 54232 \text{ W}$$

Si ε_2 cambia a ε_2 = 0.90, entonces:

$$Q_f = \frac{50 \cdot 5.676 \cdot 10^{-8} \cdot (573^4 - 293^4)}{\dfrac{1}{0.80} + \dfrac{1}{0.90} - 1}$$

$$Q_f = 209402 \text{ W}$$

$$\% \text{ Aumento} = \frac{Q_f - Q_i}{Q_i} \cdot 100 = \frac{209402 - 54232}{54232} \cdot 100$$

$$\% \text{ Aumento} = 286.1\%$$

PROBLEMA N° 4

Un señor va a utilizar un radiador de calefacción para secar una plancha metálica recién pintada. El calefactor que está a 80 °C, se encuentra instalado en la pared y tiene un área rectangular de 60 x 100 cm^2. La placa metálica también es un rectángulo con las mismas dimensiones y se posiciona en forma paralela frente al calefactor a 20 cm de éste.

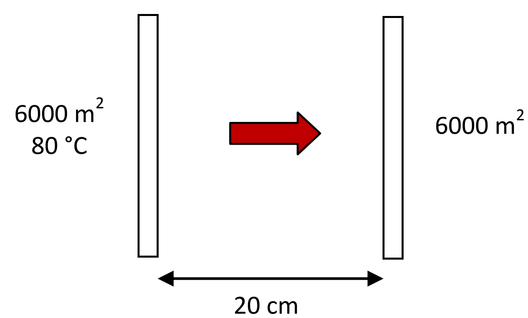
a) Determine la temperatura que se establece en la placa en el estado estacionario.

b) Determine el flujo de calor transferido a la placa.

Considere que la placa disipa calor por convección al aire, el que está a 20 °C. El coeficiente de transferencia de calor en la placa es de h = 8.5 W/m^2-K. Considere que la superficie del calefactor y la placa se comportan como cuerpos negros.

<u>SOLUCIÓN PROBLEMA N° 4:</u>

a)
Se tiene la siguiente situación:



En el estado estacionario se tendrá que:

$$Q_r = Q_c$$

$$Q_r = \sigma \cdot F_{12} \cdot A \cdot \left(T_{calefactor}^4 - T_{placa}^4\right) = 5.67 \cdot 10^{-8} \ \frac{W}{m^2 - K^4} \cdot 0.7 \cdot 0.6 \ m^2 \cdot \left(353^4 - T_{placa}^4\right) \ K^4$$

$$Q_c = A \cdot h \cdot \left(T_{placa} - T_{aire}\right) = 0.6 \ m^2 \cdot 8.5 \ \frac{W}{m^2 - K} \cdot \left(T_{placa} - 293\right) \ K$$

Resolviendo obtenemos que:

$$T_{placa} = 44.81 \ °C$$

El factor de visión se determinó a partir del gráfico adjunto con las siguientes condiciones:

- $\dfrac{lado \ menor \ o \ diámetro}{dis\tan cia \ entre \ planos} = \dfrac{60}{20} = 3$
- Rectángulos alargados (curva 4)

b)
Se tiene que el flujo de calor será:

$$Q_r = \sigma \cdot F_{12} \cdot A \cdot \left(T_{calefactor}^4 - T_{placa}^4\right) = 5.67 \cdot 10^{-8} \ \frac{W}{m^2 - K^4} \cdot 0.7 \cdot 0.6 \ m^2 \cdot \left(353^4 - 317.81^4\right) \ K^4$$

$$Q_c = A \cdot h \cdot \left(T_{placa} - T_{aire}\right) = 0.6 \ m^2 \cdot 8.5 \ \frac{W}{m^2 - K} \cdot \left(317.81 - 293\right) \ K$$

Luego: $Q = 126.68 \ W$