

Tema N° 4: Superficies Extendidas**PROBLEMA N° 1**

En un sistema de calefacción el vapor de agua fluye por tubos cuyo diámetro exterior es $D_1 = 3$ cm y cuyas paredes se mantienen a una temperatura de 120 ° C. Se sujetan al tubo aletas circulares de aluminio ($k = 180$ W/m·°C) con diámetro exterior $D_2 = 6$ cm y espesor constante $t = 2$ mm. El espacio entre las aletas es de 3 mm, de modo que se tienen 200 aletas por metro de longitud del tubo. El calor se transfiere al aire circundante que está a $T_\infty = 25$ ° C, con un coeficiente de convección igual a $h = 60$ W/m²·°C. Determine el incremento en la transferencia de calor del tubo por metro de longitud como resultado de la adición de las aletas.

Solución Problema N° 1:

Se van a sujetar aletas circulares de aluminio a los tubos de un sistema de calefacción (figura N° 1). Debe determinarse el incremento en la transferencia de calor de los tubos por unidad de longitud como resultado de la adición de las aletas.

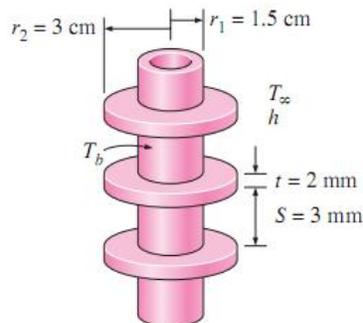


Figura N° 1. Esquema del tubo de calefacción con aletas

Hipótesis:

1. Existen condiciones estacionarias de operación.
2. El coeficiente de transferencia de calor es uniforme en toda la superficie de las aletas.
3. La conductividad térmica es constante.
4. La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Propiedades:

Se dice que la conductividad térmica de las aletas es $k = 180$ W/m·°C.

En el caso de que no se tengan aletas se determina que la transferencia de calor del tubo por cada metro de longitud es:

$$A_{\text{sin aletas}} = \pi \cdot D_1 \cdot L = \pi \cdot 0.03 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 0.0942 \text{ m}^2$$

$$Q_{\text{sin aletas}} = h \cdot A_{\text{sin aletas}} \cdot (T_b - T_\infty)$$

$$Q_{\text{sin aletas}} = 60 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0.0942 \text{ m}^2 \cdot (120 \text{ } ^\circ\text{C} - 25 \text{ } ^\circ\text{C})$$

$$Q_{\text{sin aletas}} = 537 \text{ W}$$

En el caso que tenemos aletas debemos utilizar el gráfico N° 1 para determinar la eficiencia de las aletas circulares sujetas a un tubo circular.

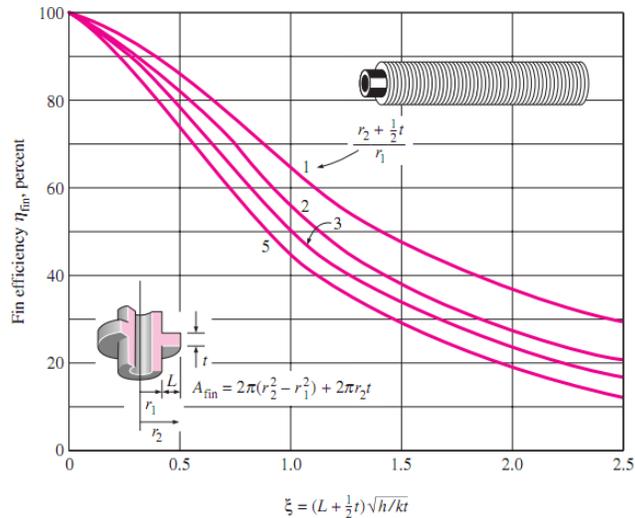


Gráfico N° 1. Gráfico para el cálculo de la eficiencia de aletas

En este caso:

$$L = \frac{1}{2} \cdot (D_2 - D_1) = \frac{1}{2} \cdot (0.06 - 0.03) = 0.015 \text{ m}$$

Luego:

$$\frac{r_2 + \frac{1}{2} \cdot t}{r_1} = \frac{(0.03 + \frac{1}{2} \cdot 0.002) \text{ m}}{0.015 \text{ m}} = 2.07$$

$$\left(L + \frac{1}{2} \cdot t\right) \cdot \sqrt{\frac{h}{k \cdot t}} = (0.015 + \frac{1}{2} \cdot 0.002) \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{60 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{180 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \cdot 0.002 \text{ m}}} = 0.207$$

$$\Rightarrow \eta_{\text{aleta}} = 0.95$$

Luego:

$$A_{\text{aleta}} = 2 \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) + 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot t$$

$$A_{\text{aleta}} = 2 \cdot \pi \cdot \left((0.03 \text{ m})^2 - (0.015 \text{ m})^2 \right) + 2 \cdot \pi \cdot 0.03 \text{ m} \cdot 0.002 \text{ m}$$

$$A_{\text{aleta}} = 0.00462 \text{ m}^2$$

Entonces el calor transferido considerando las aletas será:

$$Q_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}} \cdot Q_{\text{aleta,max}} = \eta_{\text{aleta}} \cdot h \cdot A_{\text{aleta}} \cdot (T_b - T_\infty)$$

$$Q_{\text{aleta}} = 0.95 \cdot 60 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0.00462 \text{ m}^2 \cdot (120 \text{ } ^\circ\text{C} - 25 \text{ } ^\circ\text{C})$$

$$Q_{\text{aleta}} = 25 \text{ W}$$

La transferencia de calor desde la parte libre de aletas del tubo es:

$$A_{\text{libre de aletas}} = \pi \cdot D_1 \cdot S = \pi \cdot 0.03 \text{ m} \cdot 0.003 \text{ m} = 0.000283 \text{ m}^2$$

$$Q_{\text{libre de aletas}} = h \cdot A_{\text{libre de aletas}} \cdot (T_b - T_\infty)$$

$$Q_{\text{libre de aletas}} = 60 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0.000283 \text{ m}^2 \cdot (120 \text{ } ^\circ\text{C} - 25 \text{ } ^\circ\text{C})$$

$$Q_{\text{libre de aletas}} = 1.60 \text{ W}$$

Puesto que se tienen 200 aletas y, por tanto, 200 espaciamentos entre ellas por metro de longitud de tubo, la transferencia total de calor desde el tubo con aletas queda:

$$Q_{\text{total aletas}} = n \cdot (Q_{\text{aleta}} + Q_{\text{libre de aletas}}) = 200 \cdot (25 + 1.6) \text{ W}$$

$$Q_{\text{total aletas}} = 5320 \text{ W}$$

Por lo tanto, el incremento en la transferencia de calor del tubo por metro de longitud, como resultado de la adición de aletas, es:

$$Q_{\text{incremento}} = (Q_{\text{total aletas}} - Q_{\text{libre aletas}}) = 5320 \text{ W} - 537 \text{ W}$$

$$Q_{\text{incremento}} = 4783 \text{ W}$$

(por metro de longitud de tubo).

Luego el aumento de la transferencia de calor con respecto al tubo sin aletas fue de:

$$\frac{4783 \text{ W} - 537 \text{ W}}{537 \text{ W}} \times 100 = 791\%$$

Problema N° 2 (Propuesto)

Una superficie caliente a 100 °C se va a enfriar sujetándole aletas de pasador de aluminio ($k = 237 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$) de 0.25 cm de diámetro, 3 cm de largo y con una distancia entre centros de 0.6 cm. La temperatura del medio circundante es de 30 °C y el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies es $35 \text{ W/m}^2\cdot\text{°C}$. Determine la velocidad de la transferencia de calor desde la superficie para una sección de 1 m x 1 m de la placa. Determine también la efectividad total de las aletas.

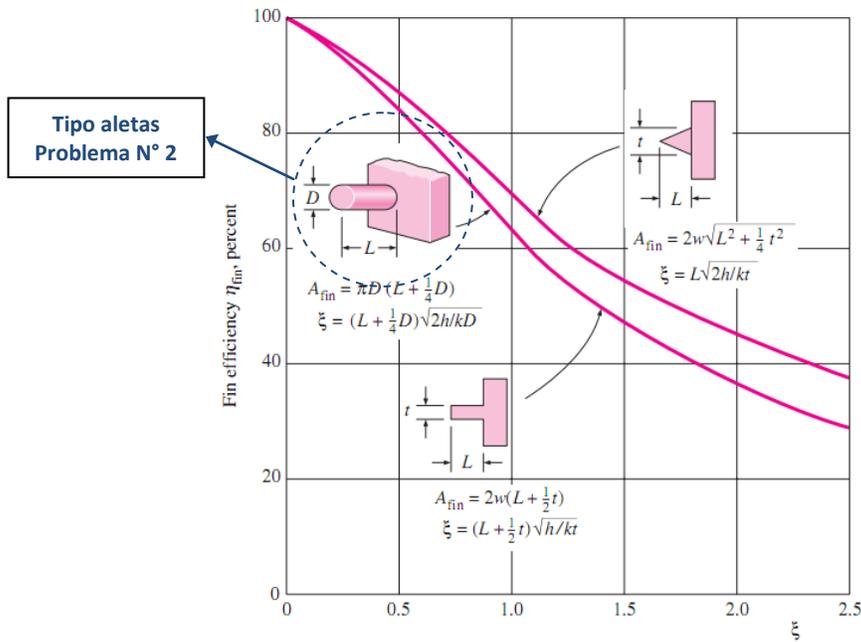


Gráfico N° 2. Gráfico para el cálculo de la eficiencia de aletas