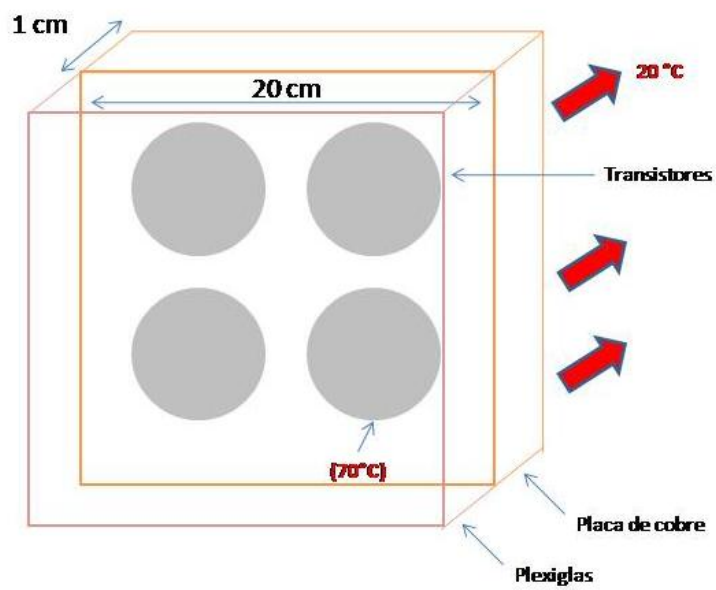
IQ46B - Operaciones de Transferencia I **Agosto 05, 2009**
Profesor: Tomás Vargas
Auxiliar: Melanie Colet

Tema N° 1: Transferencia de calor en pared plana

PROBLEMA N° 1

Cuatro transistores de potencia idénticos, con caja de aluminio, están sujetos a uno de los lados de una placa cuadrada de cobre de 20 cm x 20 cm y 1 cm de espesor (k = 386 $^{W}/_{m\text{-}°C}$) por medio de tornillos que ejercen una presión promedio de 6 MPa. El área de la base de cada transistor es 8 cm^2 y cada uno de ellos está colocado en el centro de una sección de 10 cm x 10 cm que constituye la cuarta parte de la placa. Se estima que la aspereza de la interfase es alrededor de 1.5 μm. Todos los transistores están cubiertos de una gruesa capa de plexiglás, que es un mal conductor del calor y, por tanto, todo el calor generado en la unión del transistor debe ser disipado hacia el ambiente que está a 20 °C, a través de la superficie posterior de la placa de cobre. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie posterior se puede tomar como 25 $^{W}/_{m^2\text{-}°C}$. Si la temperatura de la caja del transistor no debe sobrepasar los 70 °C, determine la potencia máxima que cada transistor puede disipar con seguridad y el salto de temperatura en la interfase caja – placa.



SOLUCIÓN PROBLEMA N° 1:

Cuatro transistores idénticos de potencia están sujetos a una placa de cobre. Para temperatura máxima de la caja de 70 °C, se deben determinar la disipación máxima de potencia y el salto de temperatura en la interfase.

Consideremos que:

- Estamos en régimen estacionario.
- Podemos considerar transferencia de calor unidimensional.

- Todo el calor generado en la unión se disipa a través de la superficie posterior de la placa, ya que los transistores están cubiertos por una gruesa capa de plexiglás.
- Las conductividades térmicas son constantes.

Tenemos las siguientes propiedades (datos obtenidos de tablas o correlaciones):

- Conductividad del cobre: 386 $^{W}/_{m\text{-}°C}$
- La conductancia por contacto se determina como h_c = 42 000 $^{W}/_{m^2\text{-}°C}$ (interfase cobre - aluminio de 1.5 μm a 6 MPa)

Tenemos que el área de contacto entre la caja y la placa es de 8 cm^2 y el área de esta última para cada transistor es de 100 cm^2. La red de resistencias térmicas de este problema consta de tres resistencias en serie (interfase, placa y convección), las cuales se determina que son:

$$R_{\text{interfase}} = \frac{1}{h_c \cdot A_c} = \frac{1}{42\ 000\ \ ^{W}\!/_{m^2 - °C} \cdot 8 \times 10^{-4}\ m^2} = 0.030\ \ ^{°C}\!/_{W}$$

$$R_{placa} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0.01\ m}{386\ \ ^{W}\!/_{m - °C} \cdot 0.01\ m^2} = 0.0026\ \ ^{°C}\!/_{W}$$

$$R_{convección} = \frac{1}{h_0 \cdot A} = \frac{1}{25\ \ ^{W}\!/_{m^2 - °C} \cdot 0.01\ m^2} = 4.0\ \ ^{°C}\!/_{W}$$

Entonces la resistencia térmica total es:

$$R_{total} = R_{\text{interfase}} + R_{placa} + R_{convección} = 4.0326\ \ ^{°C}\!/_{W}$$

Note que la resistencia térmica de una placa de cobre es muy pequeña y se puede ignorar por completo. Entonces se determina que la velocidad de la transferencia de calor es

$$\boxed{Q = \frac{\Delta T}{R_{total}} = \frac{(70 - 20)\ °C}{4.0326\ \ ^{°C}\!/_{W}} = 12.4\ W}$$

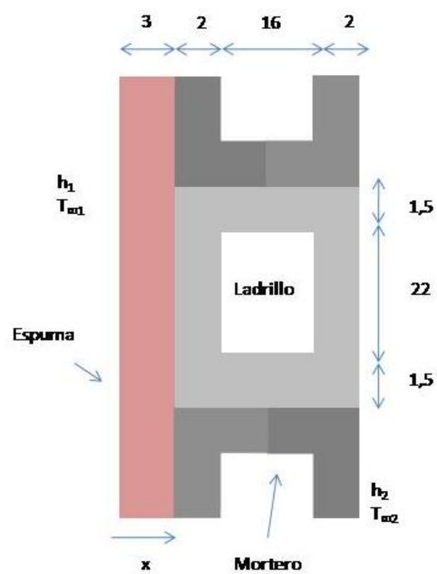
Por lo tanto, un transistor de potencia no debe operarse a niveles de potencia mayores a 12.4 W, si la temperatura de la caja no debe sobrepasar los 70 °C. El salto de temperatura en la interfase de se determina a partir de

$$\boxed{\Delta T_{\text{interfase}} = Q \cdot R_{\text{interfase}} = 12.4\ W \cdot 0.030\ \ ^{°C}\!/_{W} = 0.37\ °C}$$

, que no es muy grande. Por lo tanto, incluso si se elimina por completo la resistencia por contacto térmico en la interfase, en este caso se bajará la temperatura de operación del transistor en menos de 0.4 °C.

PROBLEMA N° 2

Una pared de 3 m de alto y 5 m de ancho consta de ladrillos de 16 x 22 cm de sección transversal horizontal (k = 0.72 $^{W}/_{m\text{-}°C}$) separados por capas de mortero (k = 0.22 $^{W}/_{m\text{-}°C}$) de 3 cm de espesor. También se tienen capas de mortero 2 cm de espesor sobre cada lado del ladrillo y una espuma rígida (k = 0.026 $^{W}/_{m\text{-}°C}$) de 3 cm de espesor sobre el lado interior de la pared, como se muestra en la figura. Las temperaturas dentro y fuera son de 20 °C (h_1 = 10 W/m^2-°C) y -10°C (h_2 = 25 W/m^2-°C), respectivamente. Si se supone transferencia de calor unidimensional, determine la velocidad de la transferencia de calor a través de la pared.



SOLUCIÓN PROBLEMA N° 2:

Se da la composición de una pared compuesta. Se debe determinar la velocidad de la transferencia de calor a través de la pared.

Supongamos que:

- La transferencia de calor es estable dado que no hay indicación de cambio de tiempo.
- Transferencia de calor undimensional.
- Conductividades térmicas constantes.

Además, contamos con las siguientes propiedades:

- Conductividad térmica del ladrillo: k = 0.72 $^{W}/_{m\text{-}°C}$
- Conductividad térmica de capas de mortero: k = 0.22 $^{W}/_{m\text{-}°C}$
- Conductividad térmica de espuma rígida: k = 0.026 $^{W}/_{m\text{-}°C}$

Existe un patrón en la construcción de la pared que se repite cada 25 cm de distancia en la dirección vertical. No hay variación en la dirección horizontal. Por lo tanto, se considera una porción de 1 m de profundidad y 0.25 m de alto de la pared, ya que es representativa de toda ella.

Se supondrá que cualquier sección transversal de la pared normal a la dirección *x* es isotérmica. Luego, cada una de las resistencias se evalúa como:

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 \cdot A} = \frac{1}{10 \ W/m^2-°C \cdot 0.25 \ m^2} = 0.4 \ °C/W$$

$$R_1 = R_{espuma} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0.03 \ m}{0.026 \ W/m-°C \cdot 0.25 \ m^2} = 4.6 \ °C/W$$

$$R_2 = R_6 = R_{mortero,lado} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0.02 \ m}{0.22 \ W/m-°C \cdot 0.25 \ m^2} = 0.36 \ °C/W$$

$$R_3 = R_5 = R_{mortero,centro} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0.16 \ m}{0.22 \ W/m-°C \cdot 0.015 \ m^2} = 48.48 \ °C/W$$

$$R_4 = R_{ladrillo} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0.16 \ m}{0.72 \ W/m-°C \cdot 0.22 \ m^2} = 1.01 \ °C/W$$

$$R_o = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 \cdot A} = \frac{1}{25 \ W/m^2-°C \cdot 0.25 \ m^2} = 0.16 \ °C/W$$

Las tres resistencias R_3, R_4 y R_5 de en medio son paralelas y su resistencia equivalente se determina a partir de:

$$\frac{1}{R_{en\ medio}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = 1.03 \ W/°C$$

, lo cual da:

$$R_{en\ medio} = 0.97 \ °C/W$$

Ahora todas las resistencias están en serie y la resistencia total es

$$R_{total} = R_i + R_1 + R_2 + R_{en\ medio} + R_6 + R_o = 6.85 \ °C/W$$

Entonces la velocidad de transferencia de calor estacionaria a través de la pared queda

$$\boxed{Q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}} = \frac{(20-(-10)) \ °C}{6.85 \ °C/W} = 4.38 \ W}$$ (para área superficial de 0.25 m^2)

, o sea, 4.38/0.25 = 17.5 W por m^2 de área. El área total de la pared *A* = 3 m x 5 m = 15 m^2. Entonces la velocidad de la transferencia de calor a través de toda la pared queda

$$Q_{total} = \left(17.5 \ W/m^2\right)\cdot\left(15 \ m^2\right) = 263 \ W$$

Por supuesto este resultado es aproximado ya que se supuso que la temperatura dentro de la pared varía solo en una dirección y se ignoró cualquier cambio de temperatura (y, por tanto, transferencia de calor) en las otras dos direcciones.

PROBLEMA N° 3 (PROPUESTO)

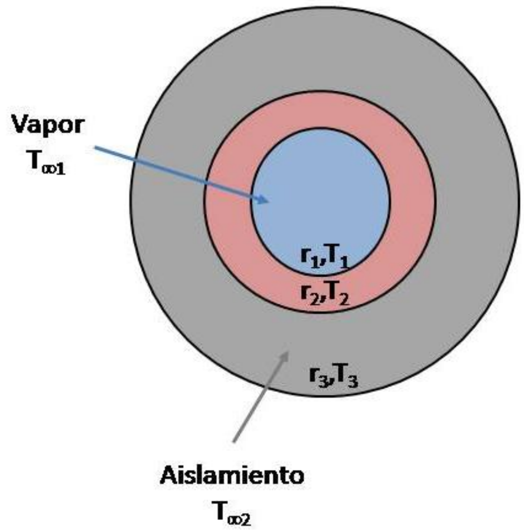
- Explique, en términos del balance entre el calor generado y disipado, los siguientes fenómenos:

    - Fósforo encendido se apaga cuando se mantiene vertical (con la llama arriba) y se quema completamente si se mantiene horizontal.
    - La ceniza de un cigarro se pone incandescente (al rojo) al aspirarlo. Muestre la ecuación para determinar la temperatura estacionaria.

Tema N° 2: **Transferencia de calor en pared cilíndrica**

PROBLEMA N° 1

En un tubo de hierro fundido (k = 80 $^{W}/_{m\text{-}°C}$), cuyos diámetros interior y exterior son D_1 = 5 cm y D_2 = 5.5 cm, respectivamente, fluye vapor de agua a $T_{\infty 1}$ = 320 °C. El tubo estás cubierto con un aislamiento de fibra de vidrio de 3 cm de espesor, con k = 0.05 $^{W}/_{m\text{-}°C}$. Se pierde calor hacia los alrededores que están a $T_{\infty 2}$ = 5 °C por convección natural, con un coeficiente de transferencia de calor de h_2 = 18 $^{W}/_{m^2\text{-}°C}$. Si el coeficiente de transferencia de calor dentro del tubo es h_1 = 60 $^{W}/_{m^2\text{-}°C}$, determine la velocidad de la pérdida de calor del vapor por unidad de longitud del tubo. Asimismo, determine la caída de temperatura a través del casco de éste y el aislamiento.



SOLUCIÓN PROBLEMA N° 1:

Un tubo por donde circula vapor de agua, cubierto de fibra de vidrio, está sujeto a convección sobre sus superficies. Se deben determinar la velocidad de transferencia de calor por unidad de longitud y la caída de temperatura a través del tubo y el aislamiento.

Consideraremos que:

1. La transferencia de calor es estable ya que no se tiene indicación de algún cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional puesto que se tiene simetría térmica respecto a la línea central y no hay variación en la dirección axial.
3. Las conductividades térmicas son constantes.
4. La resistencia por contacto térmico en la interfase es despreciable.

Se dice que las conductividades térmicas son k = 80 $^{W}/_{m\text{-}°C}$, para el hierro fundido, y k = 0.05 $^{W}/_{m\text{-}°C}$, para el aislamiento de fibra de vidrio.

La red de resistencias térmicas comprende cuatro de ellas dispuestas en serie: convección interna, conductividades pared tubo y aislamiento, convección externa. Si L = 1 m, se determina que las áreas de las superficies expuestas a la convección son:

$A_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot (0.025 \text{ m}) \cdot (1 \text{ m}) = 0.157 \text{ m}^2$
$A_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot (0.0575 \text{ m}) \cdot (1 \text{ m}) = 0.361 \text{ m}^2$

Entonces cada una de las resistencias térmicas queda:

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 \cdot A_1} = \frac{1}{(60 \ W/m^2 - °C) \cdot (0.157 \ m^2)} = 0.106 \ °C/W$$

$$R_1 = R_{tubo} = \frac{\ln\left(r_2 / r_1\right)}{2\pi \cdot k_1 \cdot L} = \frac{\ln\left(2.75 / 2.5\right)}{2\pi \cdot (80 \ W/m - °C) \cdot (1 \ m)} = 0.0002 \ °C/W$$

$$R_2 = R_{aislamiento} = \frac{\ln\left(r_3 / r_2\right)}{2\pi \cdot k_2 \cdot L} = \frac{\ln\left(5.75 / 2.75\right)}{2\pi \cdot (0.05 \ W/m - °C) \cdot (1 \ m)} = 2.35 \ °C/W$$

$$R_o = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 \cdot A_3} = \frac{1}{(18 \ W/m^2 - °C) \cdot (0.361 \ m^2)} = 0.154 \ °C/W$$

Ya que todas las resistencias están en serie se determina que la resistencia total es:

$$R_{total} = R_i + R_1 + R_2 + R_o = 2.61 \ °C/W$$

Entonces la velocidad estacionaria de pérdida de calor del vapor queda:

$$Q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}} = \frac{(320 - 5)°C}{2.61 \ °C/W} = 121 \ W$$

Se puede determinar la pérdida de calor para una longitud dada de tubo multiplicando esta última cantidad por la longitud *L* de ese tubo.

La caída de temperatura a través del tubo y el aislamiento se determina según:

$$\Delta T_{tubo} = Q \cdot R_{tubo} = (121 \ W) \cdot (0.0002 \ °C/W) = 0.02 \ °C$$

$$\Delta T_{aislamiento} = Q \cdot R_{aislamiento} = (121 \ W) \cdot (2.35 \ °C/W) = 284 \ °C$$

Es decir, las temperaturas entre las superficies interior y exterior del tubo difieren en 0.02°C, en tanto que las temperaturas entre las superficies interior y exterior del aislamiento difieren en 284°C.

NOTA: dado que en este caso las resistencias fueron calculadas de manera que resultaran independientes de las áreas no es necesario multiplicar por el valor de superficie externa o interna al determinar el calor transferido.